

**Universidade Regional do Cariri – URCA**

---

Pró – Reitoria de Ensino de Graduação  
Coordenação da Construção Civil  
Disciplina: Estradas I

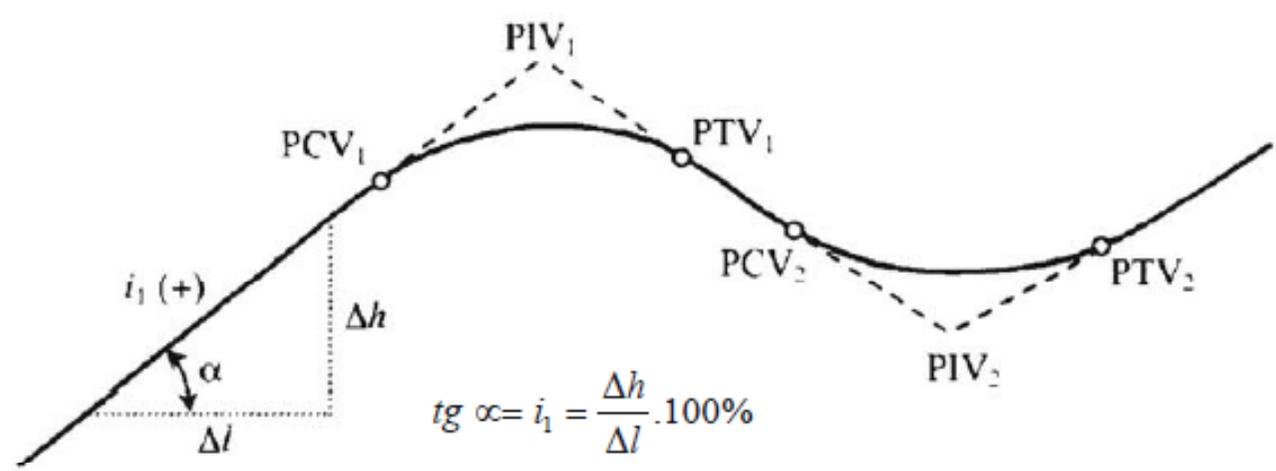
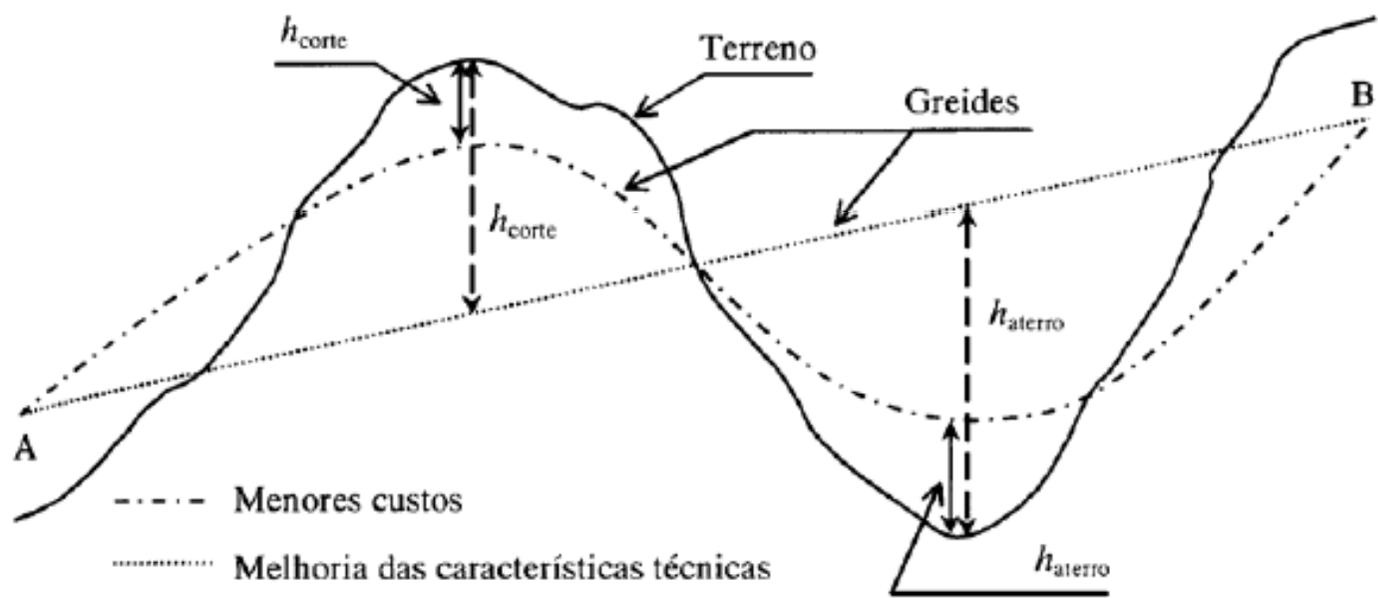


# Concordância de Curvas Verticais

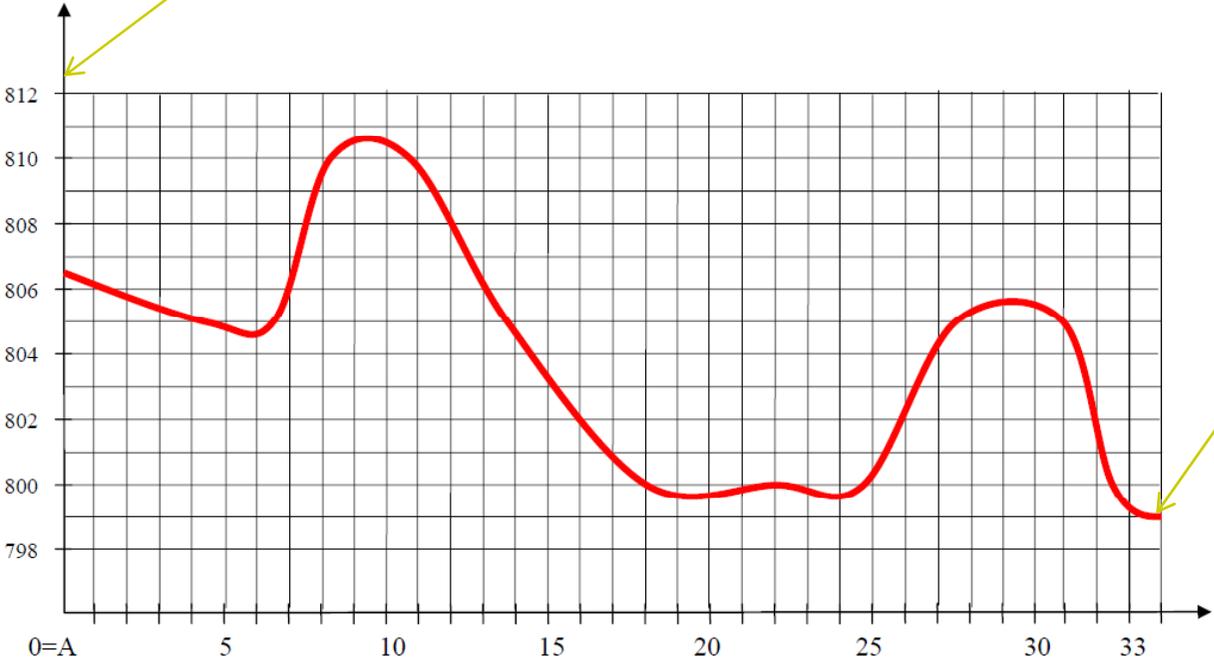
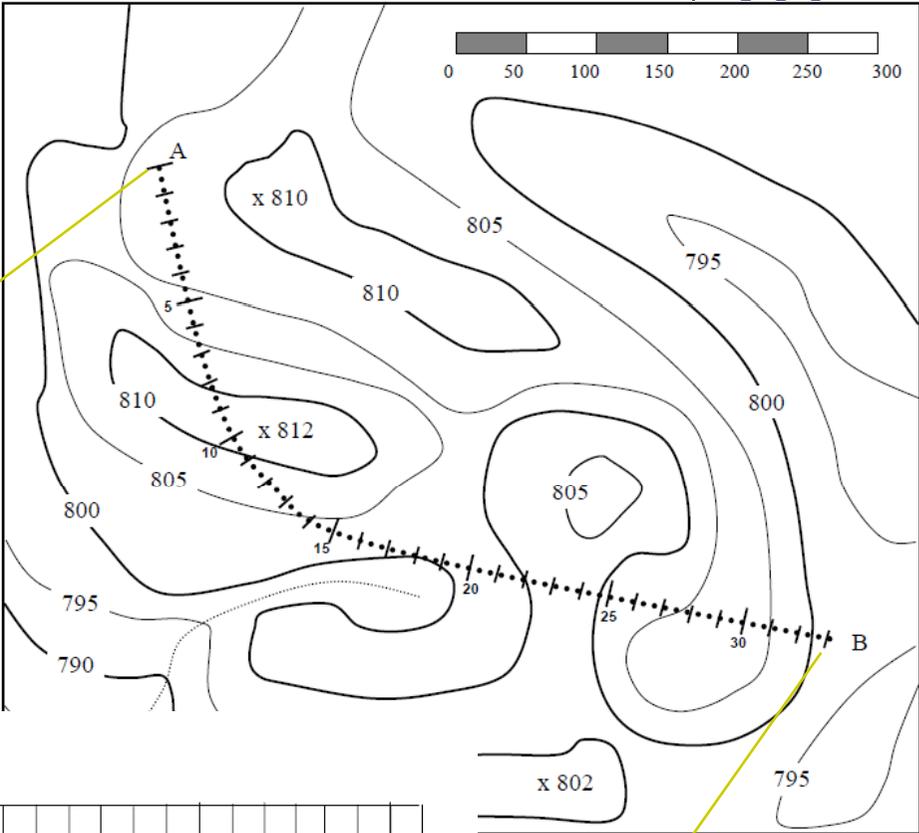
**Renato de Oliveira Fernandes**

*Professor Assistente  
Dep. de Construção Civil/URCA  
renatodeof@gmail.com*

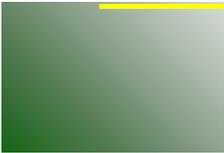




# Perfil do terreno no eixo da rodovia

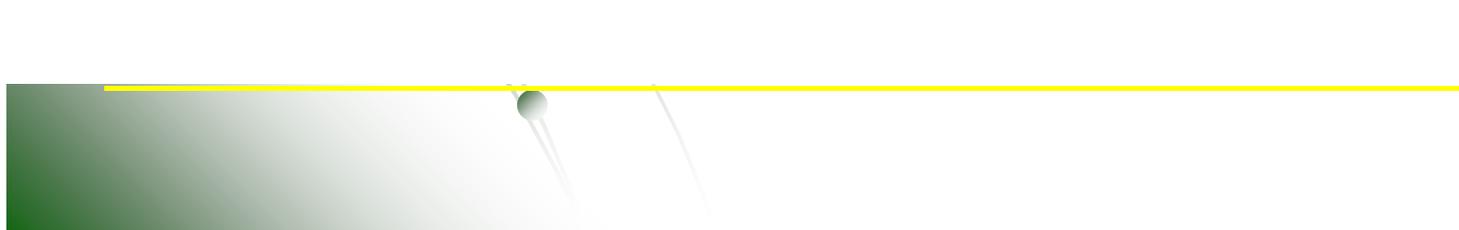


Fonte: notas de aula do professor Creso Peixoto





- As curvas clássicas de concordância empregadas em todo o mundo são as seguintes:
  - **Parábola do 2º grau;**
  - Curva circular;
  - Elipse;
  - Parábola Cúbica.





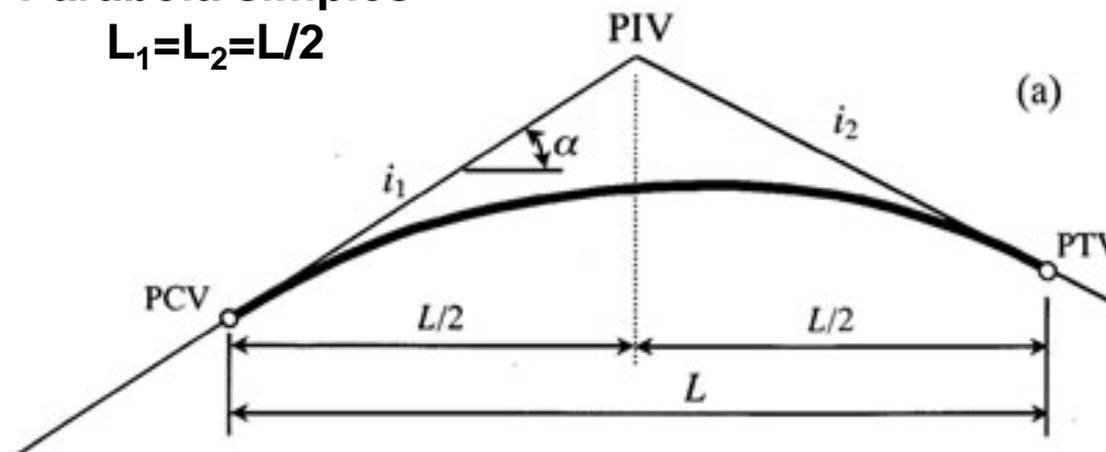
- O DNER recomenda o uso da parábola do 2º grau no cálculo de curvas verticais, de preferência simétricas.
  - A equação da curva é simples;
  - A transformada da parábola devido às 2 escalas no perfil é também uma parábola;
  - A taxa de variação da declividade da parábola é constante;
  - O PCV e o PTV podem ser locados em estacas inteiras ou + 10,00, como convém no projeto e no perfil definitivo;
  - É desnecessário o uso de tabelas ou gabaritos para desenhar a curva no projeto.



# Parábola simples e composta



Parábola simples  
 $L_1=L_2=L/2$

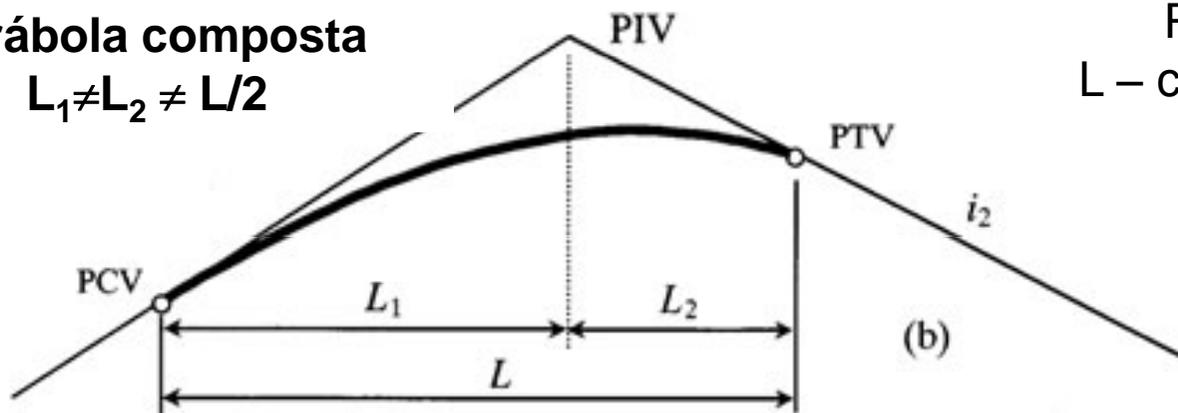


variação total da declividade do greide:

$$g = i_1 - i_2$$

$$L = R_v \cdot |g| = R_v \cdot |i_1 - i_2|$$

Parábola composta  
 $L_1 \neq L_2 \neq L/2$

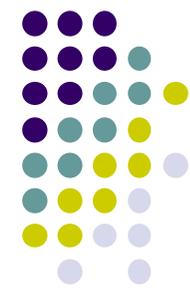


$R_v$  – raio da parábola  
 $L$  – comprimento da parábola

$$K = \frac{L}{|g|} = \frac{L}{A}$$

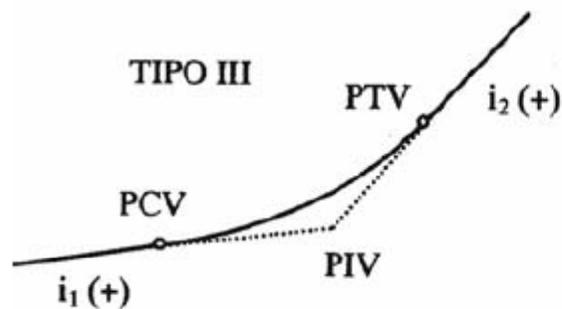
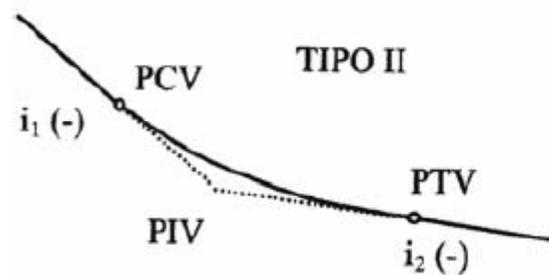
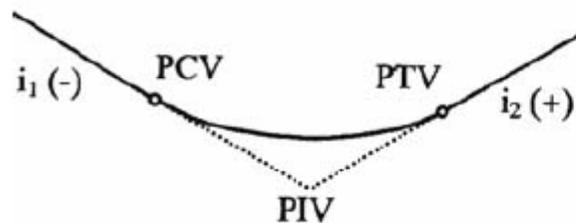
$K$  – parâmetro de curvatura (m/%)

Parábola do 2º grau simples (a) e composta (b)



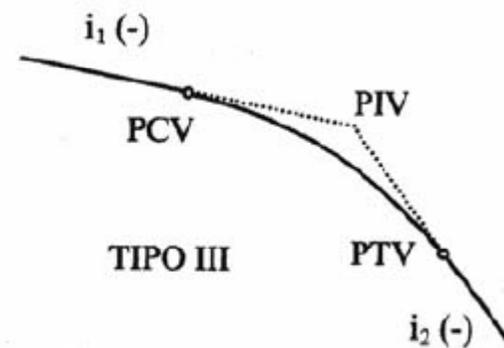
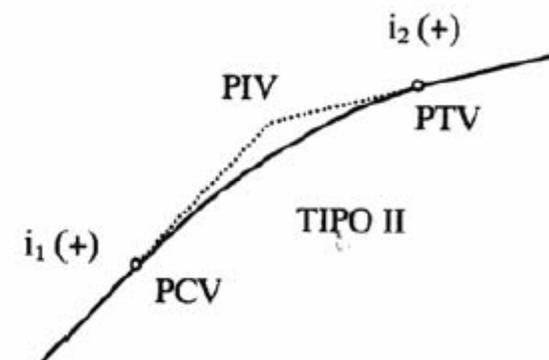
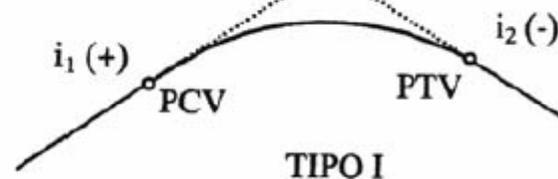
# CÔNCAVAS

TIPO I



# CONVEXAS

PIV



# Rampas máximas



TABELA DE RAMPAS MÁXIMAS (%)			
CLASSE DE PROJETO	RELEVO		
	PLANO	ONDULADO	MONTANHOSO
Classe 0	3	4	5
Classe I	3	4,5	6
Classe II	3	5	6
Classe III	3 a 4 <sup>(1)</sup>	5 a 6 <sup>(1)</sup>	7 a 8 <sup>(1)</sup>
Classe IV-A	4	6	8
Classe IV-B	6	8	10 <sup>(2)</sup>

(1) Valor máximo absoluto.

(2) A extensão de rampas acima de 8% será desejavelmente limitada a 300 metros contínuos



# Comprimento Crítico de Rampa



GREIDE (%)	COMPRIMENTO CRÍTICO DE RAMPA (m)	
	RAMPA PRECEDIDA POR TRECHO PLANO	RAMPA PRECEDIDA POR TRECHO DESCENDENTE
3	480	660
4	330	450
5	240	330
6	210	270
7	180	240
8	150	210

- O termo Comprimento Crítico de Rampa é usado para definir o máximo comprimento de uma determinada **rampa ascendente** na qual um caminhão pode operar sem perda excessiva de velocidade.



# Elementos da parábola do 2º grau - simples

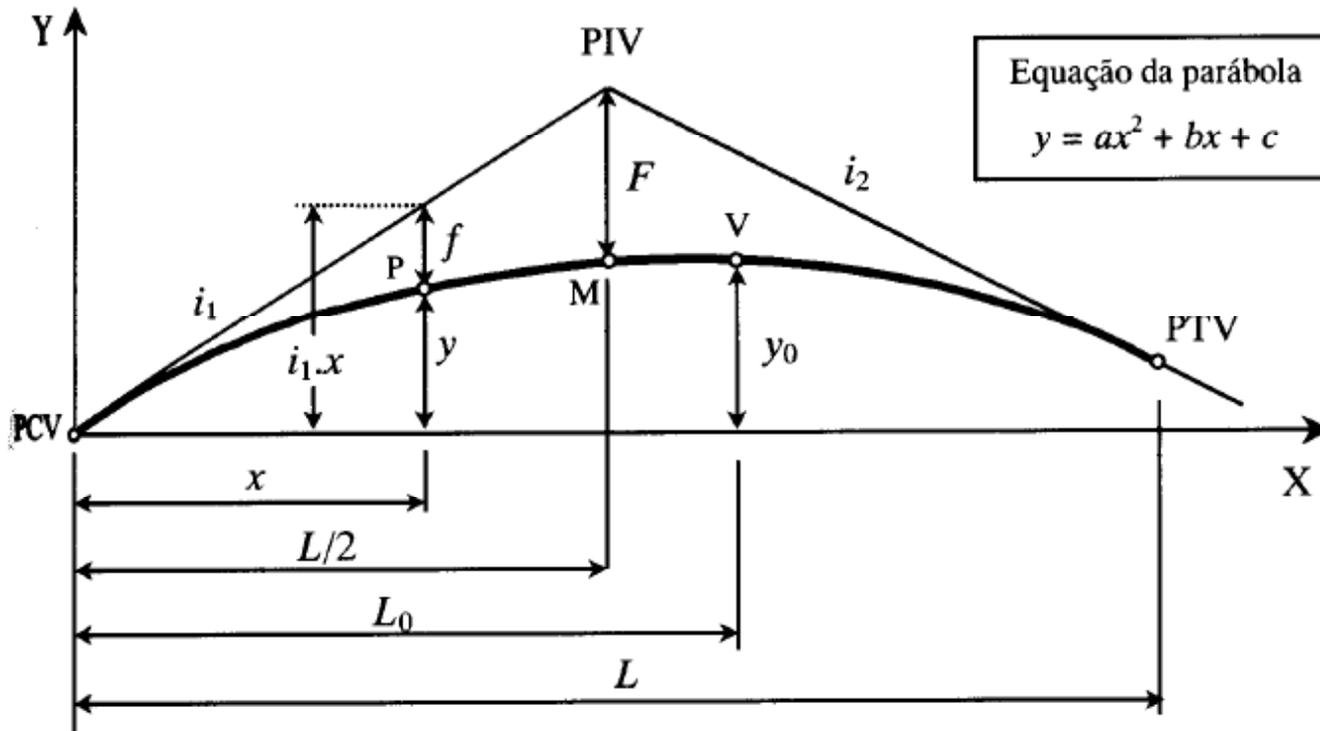
$$g = i_1 - i_2$$

$$y = \frac{-g}{2L} \cdot x^2 + i_1 \cdot x$$

$$f = \frac{g}{2L} \cdot x^2$$

$$F = \frac{g}{2L} \cdot \left(\frac{L}{2}\right)^2$$

$$F = \frac{g \cdot L}{8}$$



Onde:

$f$  = flecha da parábola.

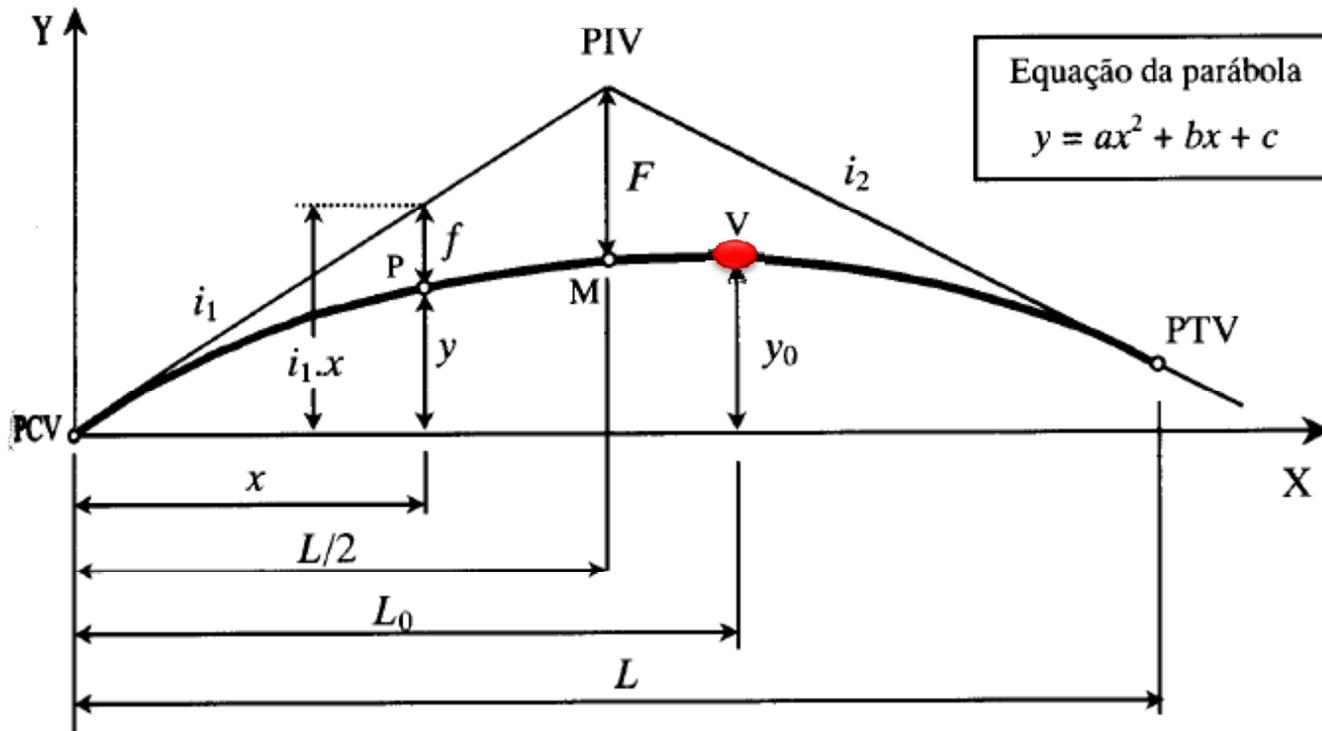
$g$  = diferença algébrica das rampas ( $i_1 - i_2$ )

$L$  = comprimento da curva vertical.

$x$  = distância horizontal do ponto de cálculo da flecha ao PCV.

# Elementos da parábola do 2º grau - simples

Ponto de ordenada máxima (V)



$$L_0 = \frac{i_1 \cdot L}{g}$$

$$y_0 = \frac{i_1^2 \cdot L}{2g}$$

Onde:

$L_0$  = abscissa do vértice  $V$  em relação ao  $PCV$ .

$y_0$  = ordenada do vértice  $V$  em relação ao  $PCV$ .

# Cotas e Estacas do PCV e PTV



$$E(PCV) = E(PIV) - \left[ \frac{L}{2} \right]$$

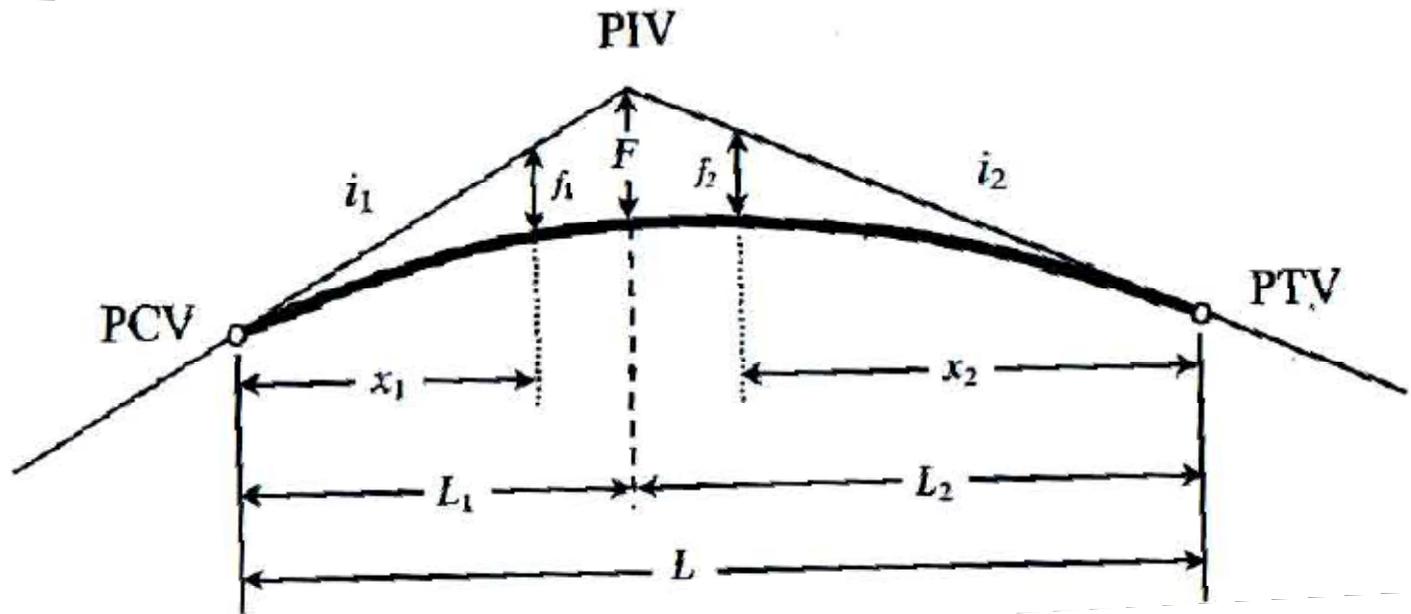
$$E(PTV) = E(PIV) + \left[ \frac{L}{2} \right]$$

$$Cota(PCV) = Cota(PIV) - i_1 \cdot \left[ \frac{L}{2} \right]$$

$$Cota(PTV) = Cota(PIV) + i_2 \cdot \left[ \frac{L}{2} \right]$$



# Elementos da parábola do 2º grau - composta



$$L = L_1 + L_2 \text{ com } L_1 \neq L_2$$

$$F = \frac{L_1 \times L_2}{2L} \times g$$

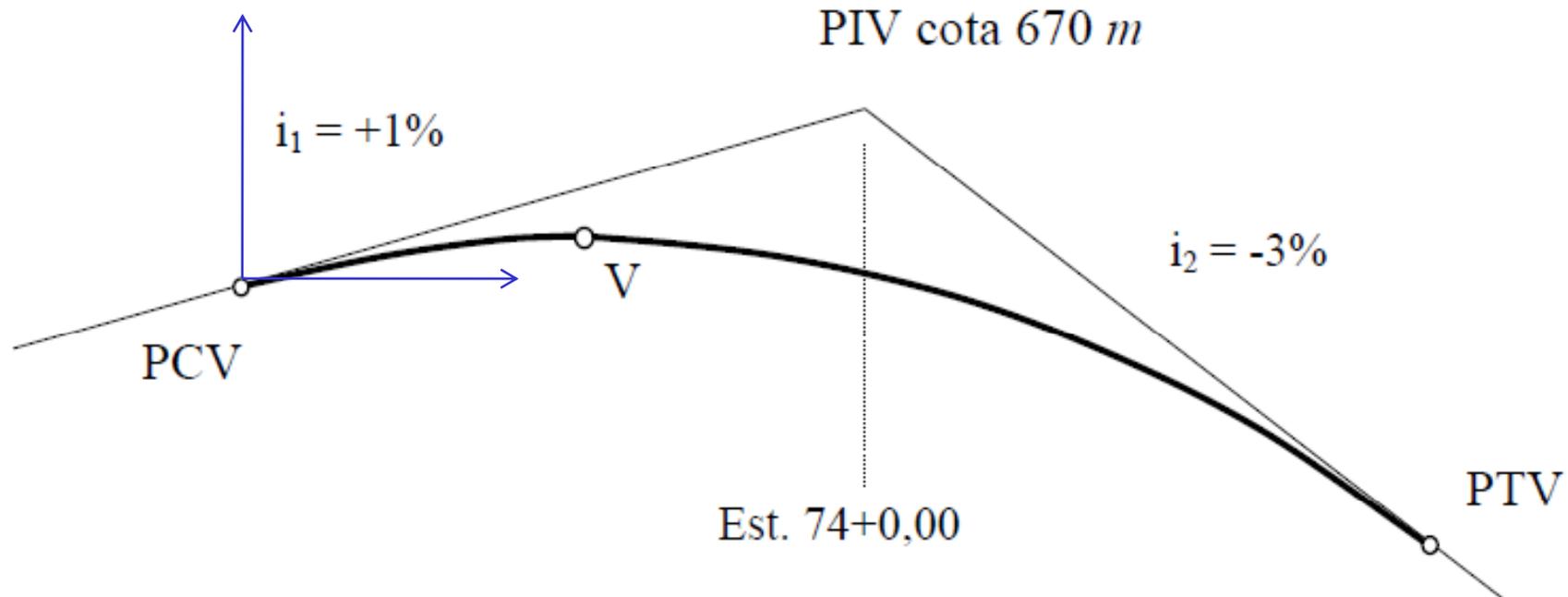
$$f_1 = \frac{F}{L_1^2} \cdot x_1^2$$

$$f_2 = \frac{F}{L_2^2} \cdot x_2^2$$

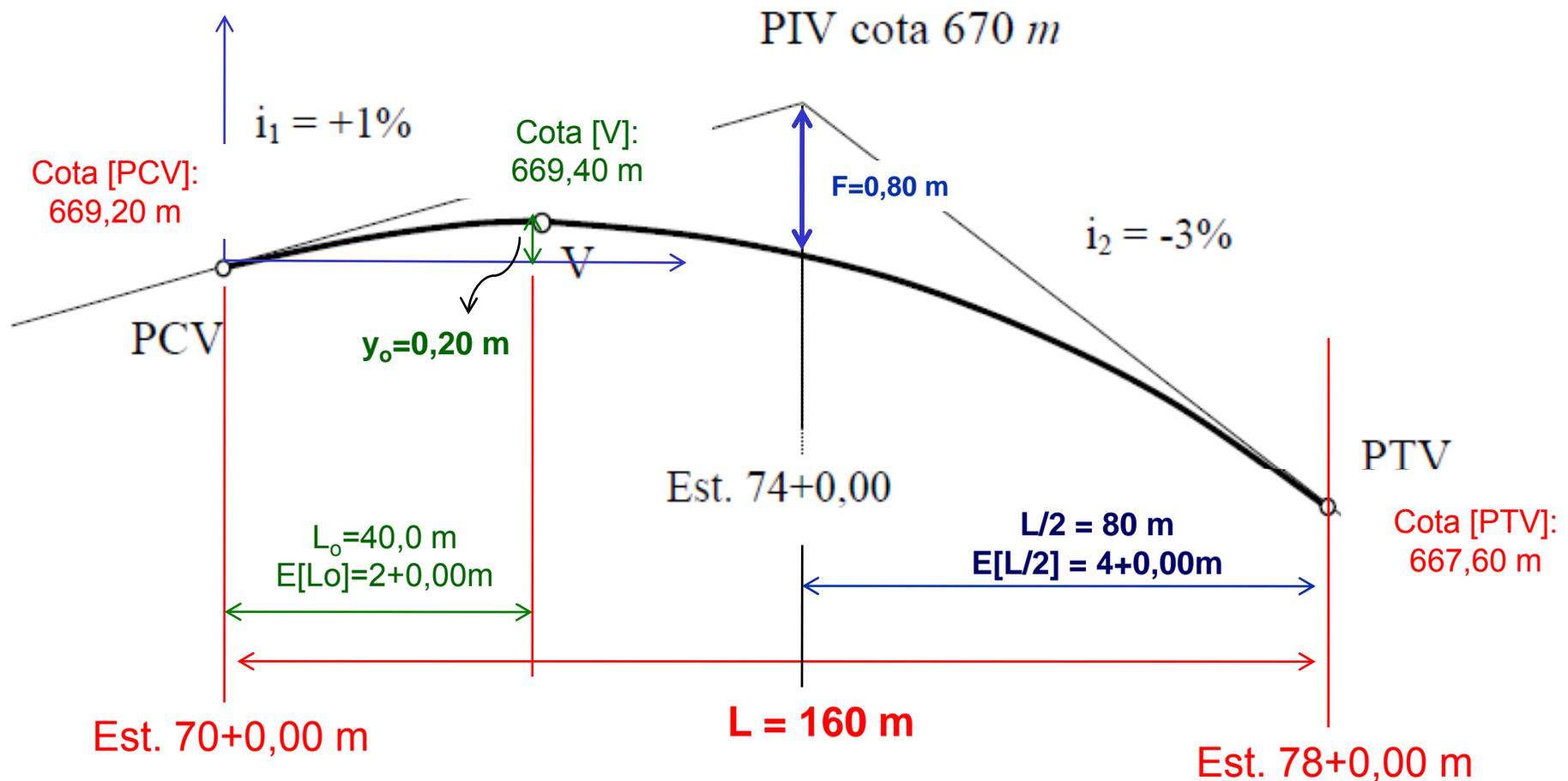
# Exemplo (curva vertical convexa)



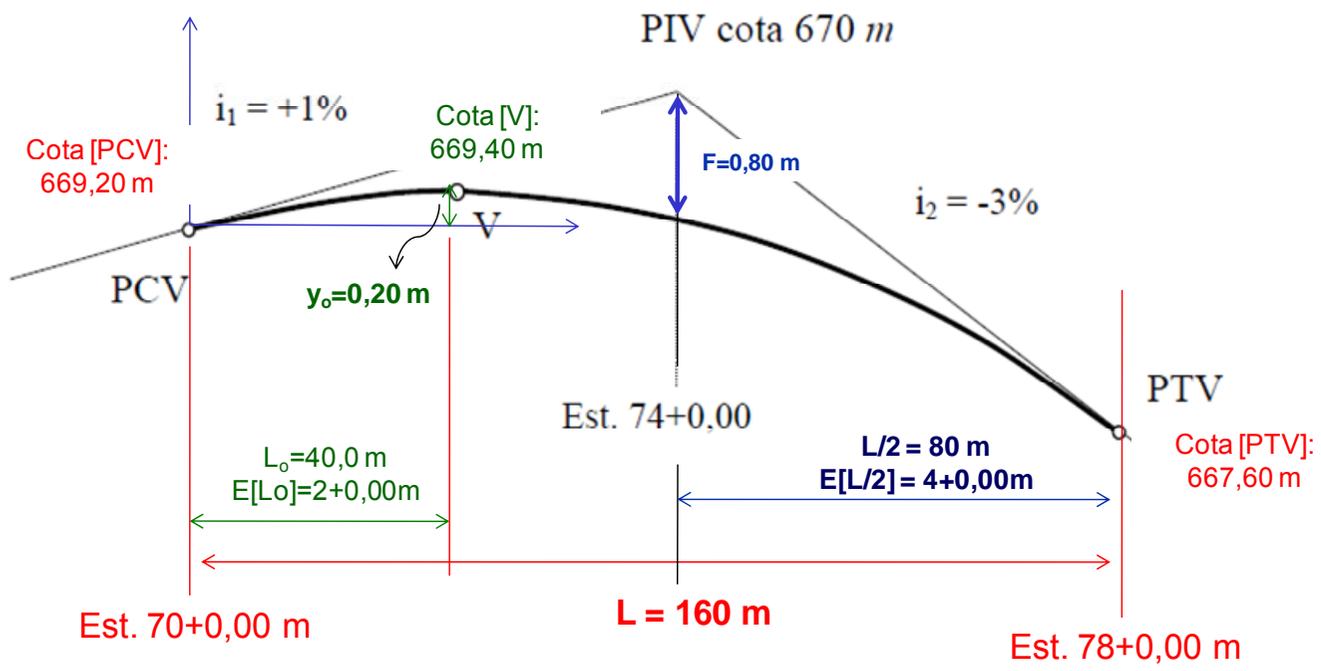
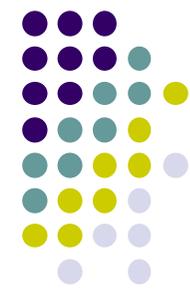
- Calcular os elementos notáveis (estacas e cotas do PCV, PTV e V) da curva abaixo e confeccionar a nota de serviço a seguir. O raio da curva vertical ( $R_v$ ) é igual a 4000 m.



# Solução (verificar!)



V - é o ponto mais alto da parábola (vértices);  
F - é a flexa máxima



EST.	COTAS DO GREIDE DE PROJETO	ORDENADAS DA PARÁBOLA	GREIDE DE PROJETO
70=PCV	669,20	0,00	669,20
71	669,40	0,05	669,35
72	669,60	0,20	669,40
73	669,80	0,45	669,35
74=PIV	670,00	0,80	669,20
75	669,40	0,45	668,95
76	668,80	0,20	668,60
77	668,20	0,05	668,15
78=PTV	667,60	0,00	667,60

### Nota de serviço simplificada

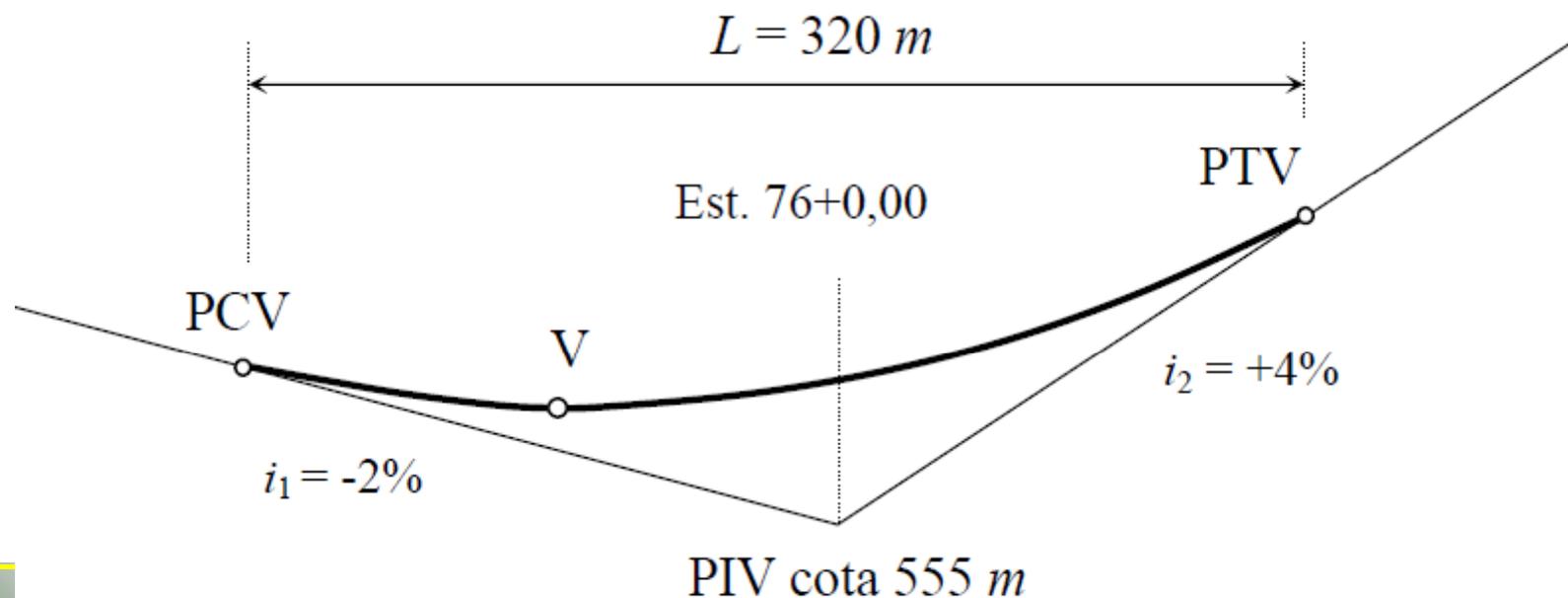
Ordenada da parábola

$$f = \frac{g}{2L} \cdot x^2 = \frac{0,04}{2 \cdot 160} \cdot x^2 = 0,000125 \cdot x^2$$

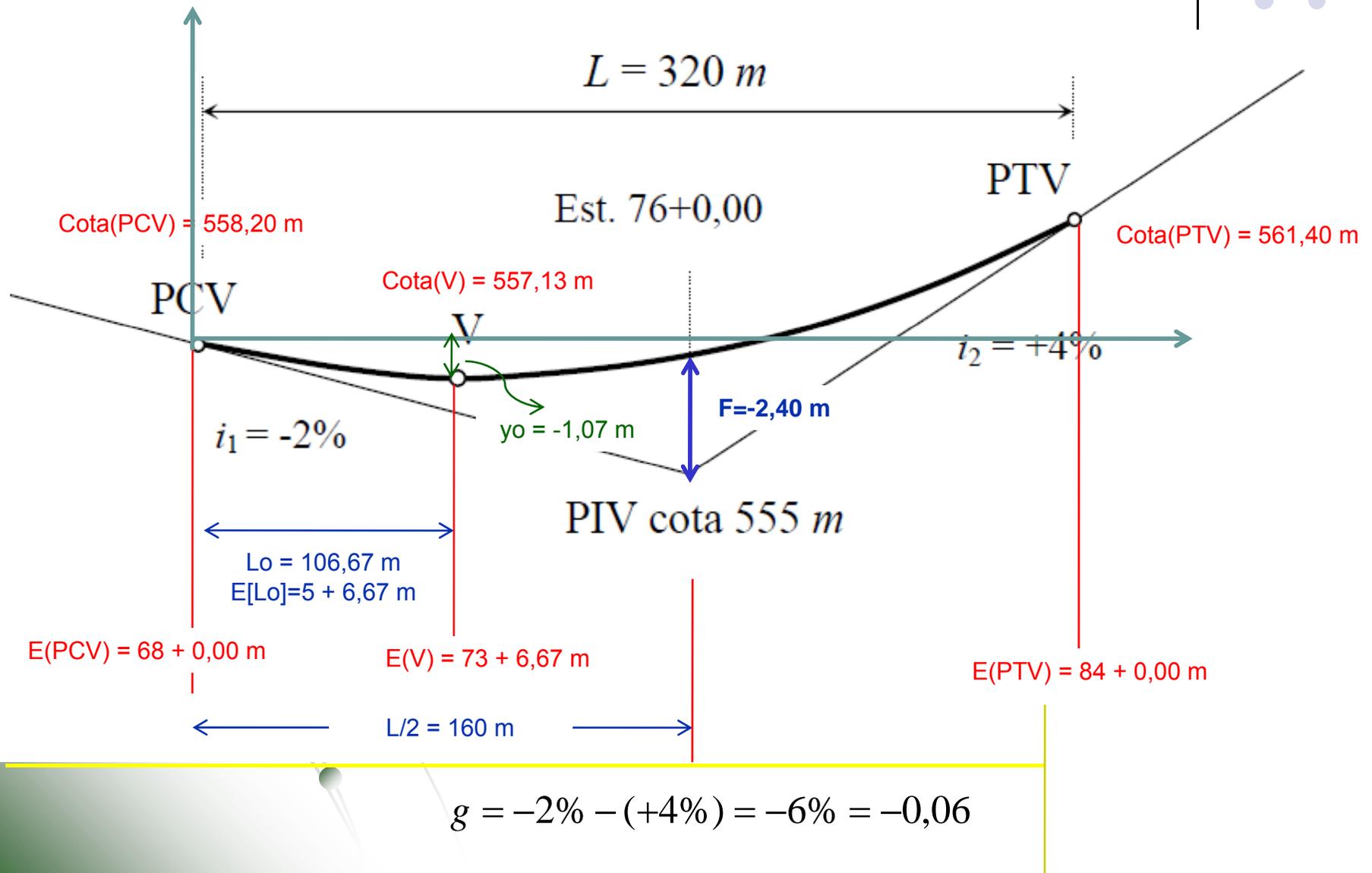


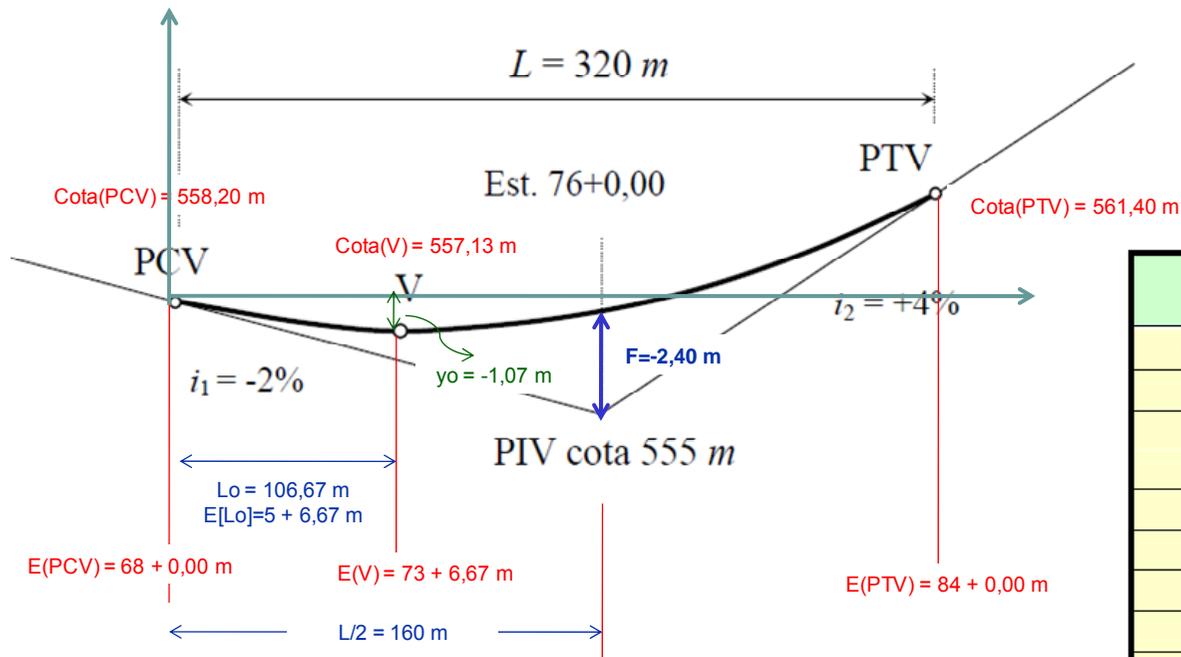
## Exemplo (curva cônica)

- Calcular os elementos notáveis da curva vertical abaixo e confeccionar a nota de serviço.



# Exemplo (curva vertical côncava)





## Nota simplificada de serviço

Estacas	Greide Reto	f	Greide de Projeto
68=PCV	558,20	0,00	558,20
69	557,80	-0,04	557,84
70	557,40	-0,15	557,55
71	557,00	-0,34	557,34
72	556,60	-0,60	557,20
73	556,20	-0,94	557,14
74	555,80	-1,35	557,15
75	555,40	-1,84	557,24
76=PIV	555,00	-2,40	557,40
77	555,80	-1,84	557,64
78	556,60	-1,35	557,95
79	557,40	-0,94	558,34
80	558,20	-0,60	558,80
81	559,00	-0,34	559,34
82	559,80	-0,15	559,95
83	560,60	-0,04	560,64
84=PTV	561,40	0,00	561,40

## Cotas do greide:

$$GR_{PCV} = \text{cota}(PCV) = 558,20 \text{ m}$$

$$GR_{69} = 558,20 - 20(0,02) = 557,80 \text{ m}$$

$$GR_{70} = 557,80 - 20(0,02) = 557,40 \text{ m}$$

:

## Ordenadas da parábola (f)

$$f = \frac{g}{2L} \cdot x^2 = \frac{-0,06}{2 \cdot 320} \cdot x^2 = -9,3750 \cdot 10^{-5} \cdot x^2$$

$$f_{69} = -9,3750 \cdot 10^{-5} \cdot 20^2 = -0,04$$

# Comprimento mínimo ( $L_{\min}$ ) de curvas verticais convexas



- Critério da distância de visibilidade de parada ( $D_p$ )

$$D_p = 0,7.V + \frac{V^2}{255.(f + i)}$$



O DNIT estabelece:

$$h_1 = 1,10 \text{ m}$$

$$h_2 = 0,15 \text{ m}$$

$V$  – velocidade de projeto (km/h);

$f$  – coeficiente de atrito longitudinal para frenagem;

$i$  – inclinação longitudinal da pista (+ ou -)

Tabela 7.1 – Distâncias de visibilidade de parada

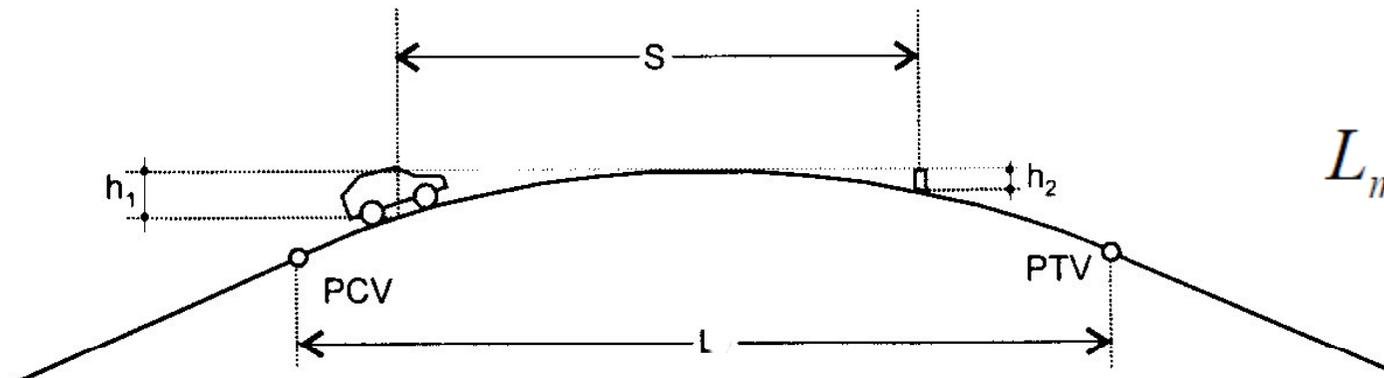
VELOCIDADES		COEFICIENTES DE ATRITO		DISTÂNCIAS DE VISIBILIDADE DE PARADA ( $i = 0\%$ )	
Diretriz (V)	Média de Percurso ( $V_m$ )	Para V	Para $V_m$	DESEJÁVEL (para V)	MÍNIMA (para $V_m$ )
30 km/h	30 km/h	0,40	0,40	30 m	30 m
40 km/h	38 km/h	0,38	0,39	45 m	45 m
50 km/h	46 km/h	0,35	0,36	65 m	60 m
60 km/h	54 km/h	0,33	0,34	85 m	75 m
70 km/h	62 km/h	0,31	0,33	110 m	90 m
80 km/h	70 km/h	0,30	0,31	140 m	110 m
90 km/h	78 km/h	0,30	0,30	175 m	130 m
100 km/h	86 km/h	0,29	0,30	210 m	155 m
110 km/h	92 km/h	0,28	0,30	255 m	180 m
120 km/h	98 km/h	0,27	0,29	310 m	205 m

Fonte: Manual de projeto geométrico de rodovias rurais (DNER, 1999, p.54-55).

# Comprimento mínimo ( $L_{\min}$ ) de curvas verticais convexas



- 1º Caso: o motorista, dentro da curva, enxerga o obstáculo também postado na curva ( $S=D_p \leq L$ )



$$L_{\min} = \frac{D_p^2}{412} \cdot A$$

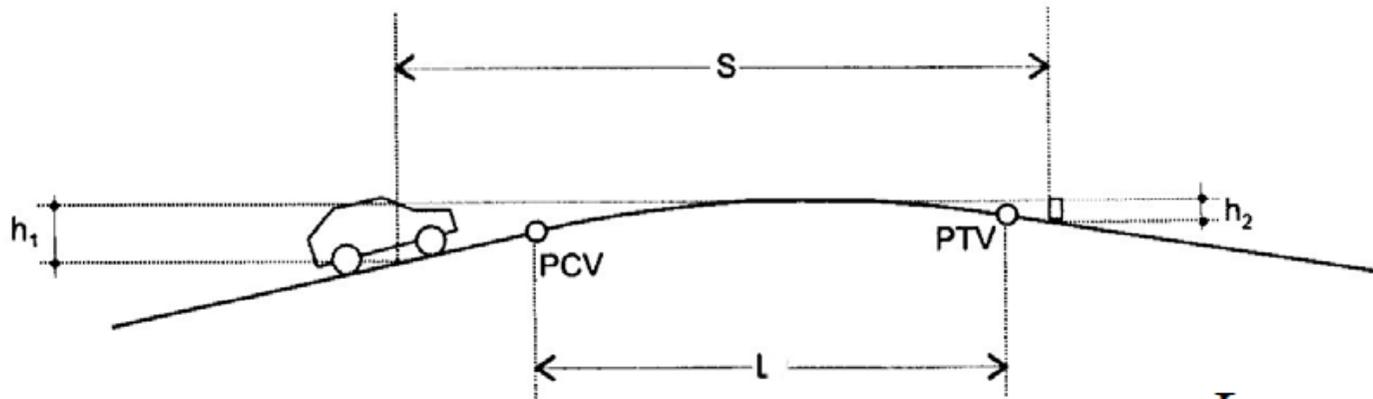
onde:

$L_{\min}$  = comprimento mínimo da curva vertical (m);  
 $D_p$  = distância de visibilidade de parada (m);  
 $A$  = diferença algébrica de rampas (%).

# Comprimento mínimo ( $L_{\min}$ ) de curvas verticais convexas



- 2º Caso: o motorista, antes da curva, enxerga o obstáculo situado após a curva ( $S=D_p > L$ )



$$L_{\min} = 2 \cdot D_p - \frac{412}{A}$$

onde:

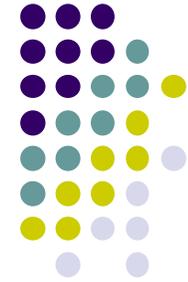
$L_{\min}$  = comprimento mínimo da curva vertical (m);

$D_p$  = distância de visibilidade de parada (m);

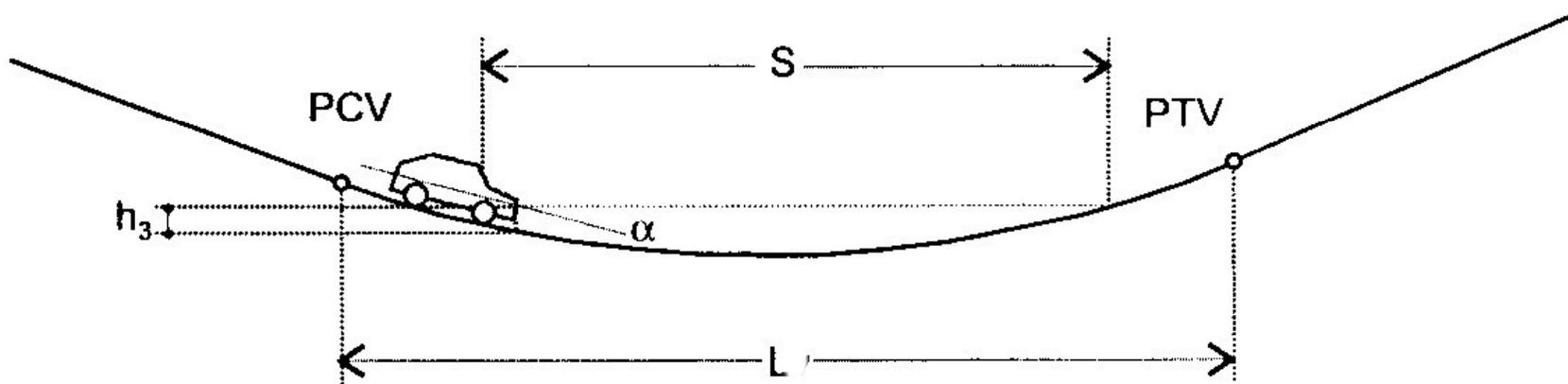
$A$  = diferença algébrica de rampas (%).



# Comprimento mínimo ( $L_{min}$ ) de curvas verticais côncavas



- Critério da visibilidade noturna
  - 1º caso: os faróis do veículo e o ponto mais distante iluminado estão dentro da curva ( $S = D_p \leq L$ )



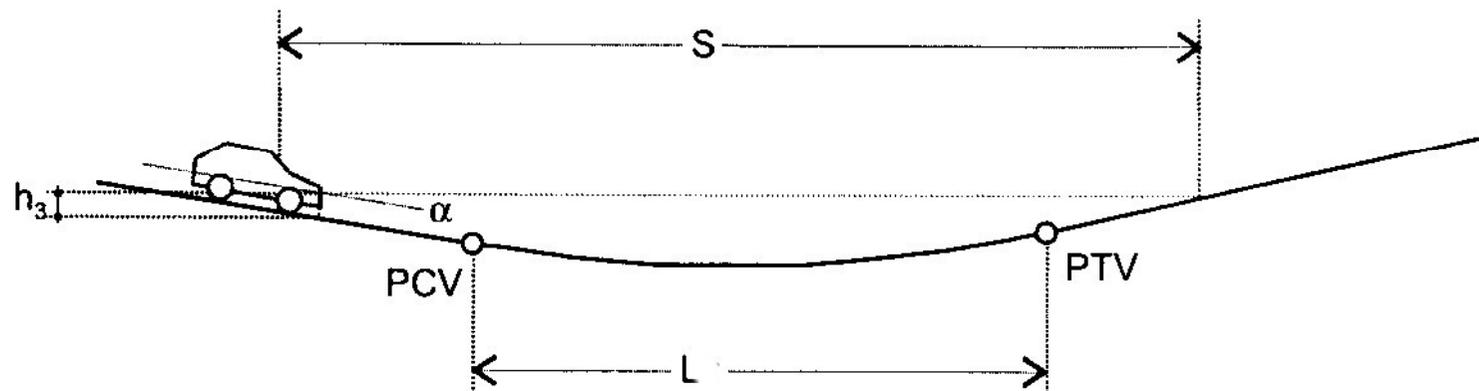
$$L_{min} = \frac{D_p^2}{122 + 3,5 \cdot D_p} \cdot |A|$$

$h_3 = 0,61$  m acima do eixo da pista  
 $\alpha = 1^\circ$  do eixo longitudinal do veículo

# Comprimento mínimo ( $L_{min}$ ) de curvas verticais côncavas



- Critério da visibilidade noturna
  - 2º Caso: Os faróis do veículo, situados antes da curva, iluminam o ponto mais distante, localizado após a curva ( $S=D_o \geq L$ )



$$L_{min} = 2 \cdot D_p - \frac{122 + 3,5 \cdot D_p}{|A|}$$

$h_3 = 0,61$  m acima do eixo da pista  
 $\alpha = 1^\circ$  do eixo longitudinal do veículo

# Critério do comprimento mínimo absoluto



- Para curvas convexas ou curvas côncavas, valores muito pequenos para  $L$  não são desejáveis. Assim:

$$L_{\min} \geq 0,60.V$$

Onde:

$L_{\min}$  = comprimento mínimo da curva vertical, em metros.

$V$  = velocidade de projeto em km/h.



# Critério da máxima aceleração centrífuga admissível



- $L_{\min} = K_{\min} \cdot A$ 
  - $K_{\min}$  – parâmetro de curvatura para os valores máximos de aceleração admissível (m/%)
  - $A = |i_1 - i_2|$





**Tabela 8.1 – Parâmetros de curvatura  $K_{\min}$  para acelerações máximas admissíveis (m/%)**

PADRÃO DE PROJETO	VELOCIDADE DIRETRIZ (km/h)									
	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
ELEVADO ( $a_{\max}=0,015 \cdot g$ )	4,7	8,4	13,1	18,9	25,7	33,6	42,5	52,5	63,5	75,6
REDUZIDO ( $a_{\max} = 0,05 \cdot g$ )	1,4	2,5	3,9	5,7	7,7	10,1	12,8	15,7	19,1	22,7

Fonte dos dados básicos: DNER (1999, p.126).



## Critério da drenagem

- Deve-se assegurar declividade longitudinal igual ou superior a 1%. Em casos excepcionais, pode-se admitir declividade de 0,35% desde que o comprimento máximo não seja superior a 30m.
- Assim;

$$K_{\max} = \frac{30m}{0,35\% - (-0,35\%)} = 43m / \%$$

**Exemplo:** considere que o croqui do greide reto indicado na figura abaixo é de uma rodovia de classe II em região ondulada com velocidade diretriz de 70 km/h. Determine os comprimentos mínimos das parábolas a concordar nas curvas verticais e calcular as cotas das estacas inteiras e dos pontos singulares.

