



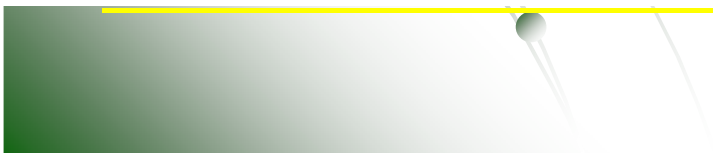
Elementos de terraplenagem

Cálculo de volumes

Movimento de terra

Renato de Oliveira Fernandes

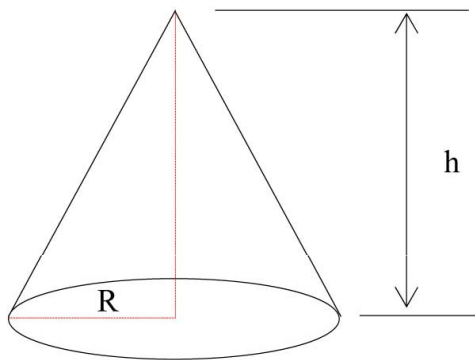
Professor Assistente
Dep. de Construção Civil/URCA
renatodeof@gmail.com



Cálculo de volumes

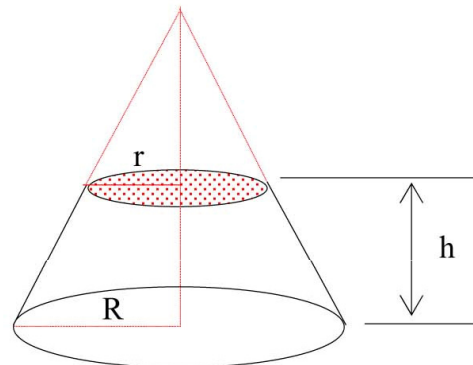


Volume de um cone



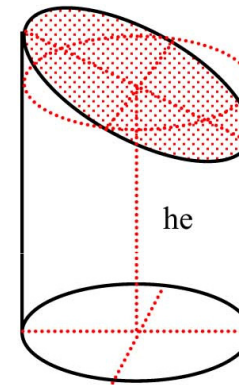
$$V = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot h}{3}$$

Volume de um tronco de cone



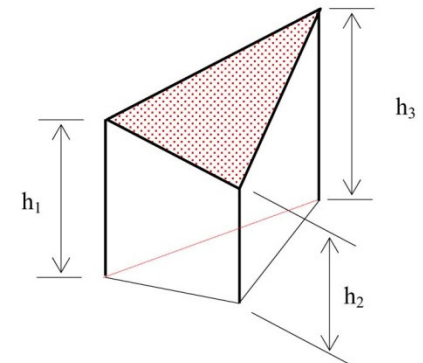
$$V = \frac{\pi \cdot h}{3} \cdot (R^2 + r^2 + Rr)$$

Volume de um tronco de cilindro de revolução



$$V = \pi r^2 h_e$$

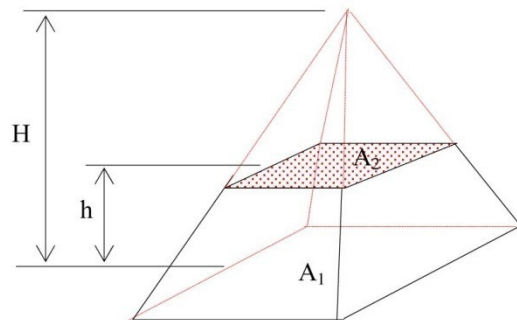
Volume de um tronco de prisma triangular



A_p = área da base projetada

$$V = A_p \cdot \left(\frac{h_1 + h_2 + h_3}{3} \right)$$

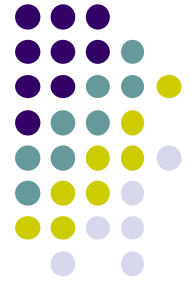
Volume de um tronco de pirâmide



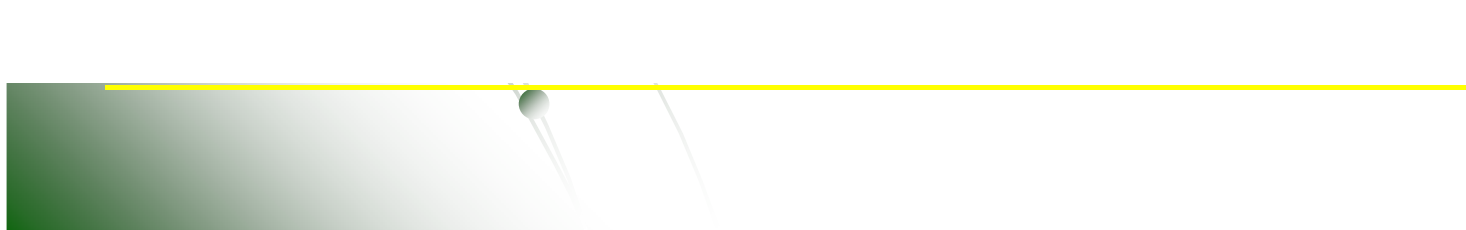
$$V = \frac{h}{3} \cdot (A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 \cdot A_2})$$



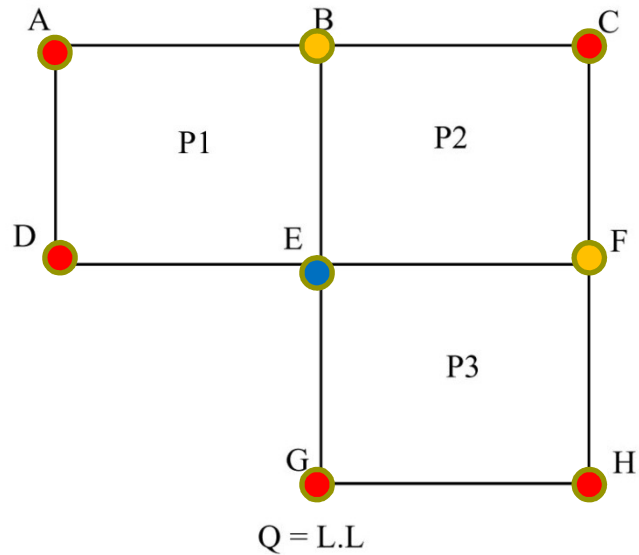
Método das alturas ponderadas



- Método das alturas ponderadas
 - Este método baseia-se na decomposição de um sólido cujo volume deseja-se calcular em sólidos menores, mais fáceis de calcular o volume.



Método das alturas ponderadas



$$V_{P1} = Q \cdot (A + B + D + E)/4$$

$$V_{P2} = Q \cdot (B + C + E + F)/4$$

$$V_{P3} = Q \cdot (E + F + G + H)/4$$

$$\text{Volume Total} = V_{P1} + V_{P2} + V_{P3}$$

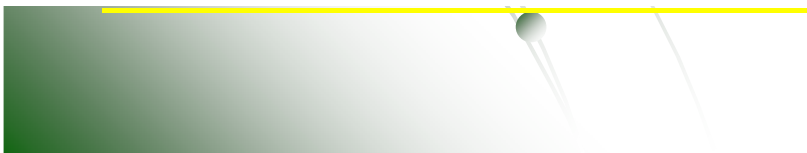
$$\text{Volume Total} = [Q \cdot (A + B + D + E)/4] + [Q \cdot (B + C + E + F)/4] + [Q \cdot (E + F + G + H)/4]$$

$$\text{Volume Total} = Q/4 \cdot (A + B + D + E + B + C + E + F + E + F + G + H)$$

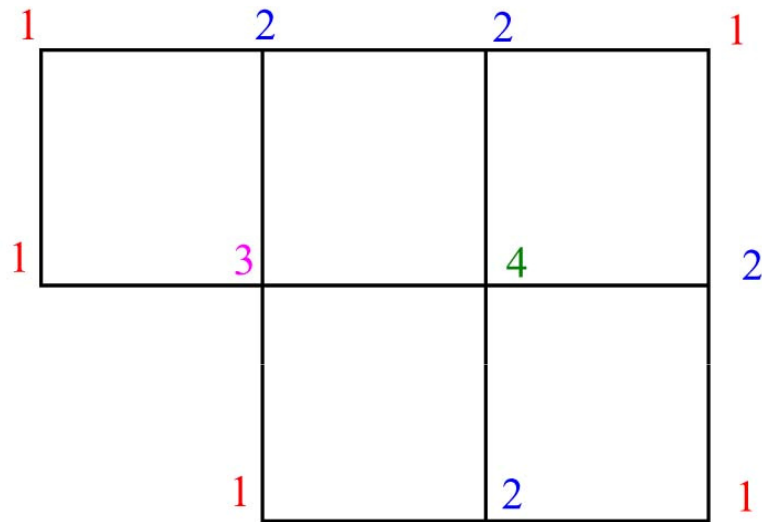
$$\text{Volume Total} = Q/4 \cdot (A + 2B + C + D + 3E + 2F + G + H)$$

$$\text{Volume Total} = Q/4 \cdot (A + C + D + G + H + 2B + 2F + 3E)$$

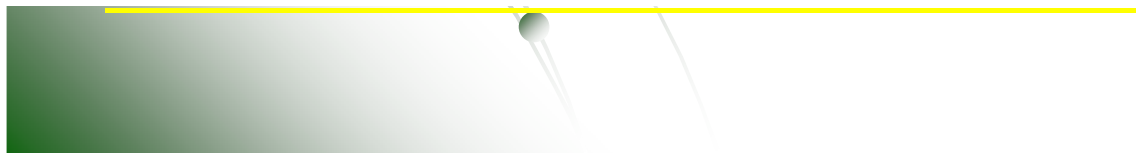
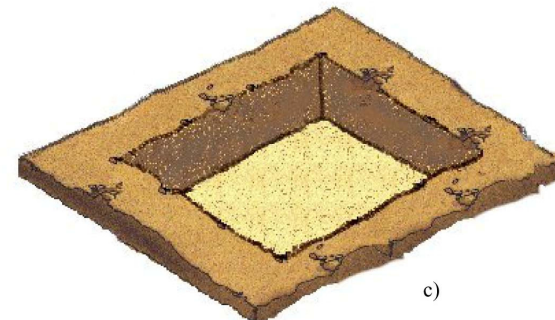
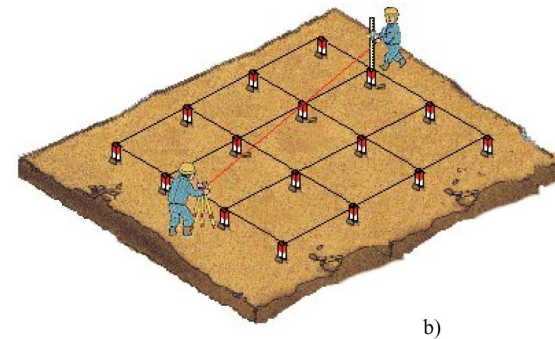
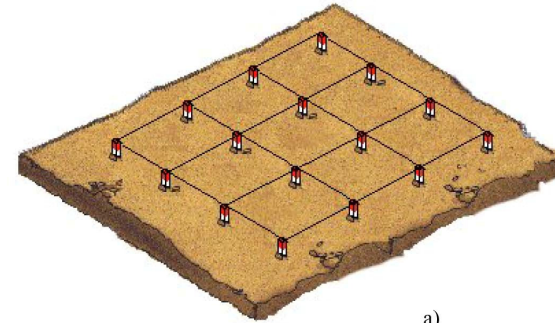
$$V = \frac{Q}{4} \cdot (\sum D_1 + 2\sum D_2 + 3\sum D_3 + 4\sum D_4)$$



Método das alturas ponderadas (malha regular)

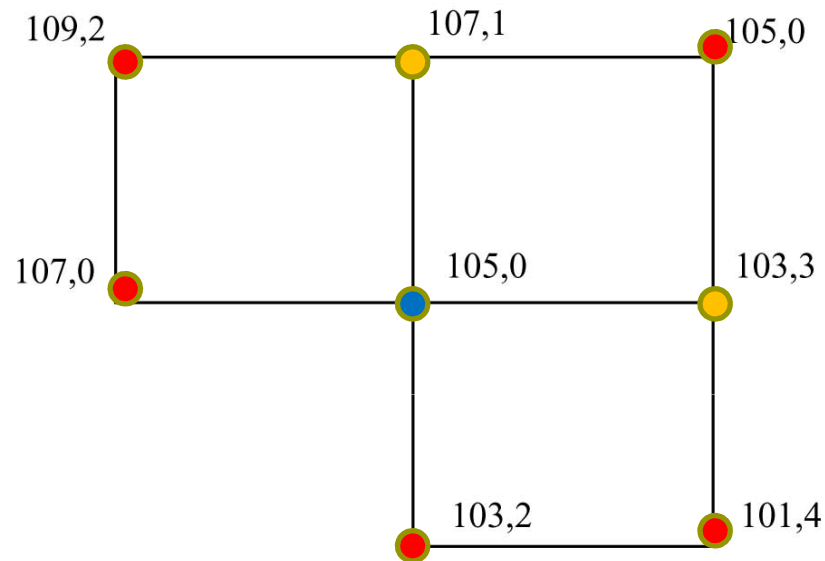


Muito usado para medir o volume em área de empréstimo!



Método das alturas ponderadas (exemplo)

Cota de escavação=100 m



$$Q = 20 \cdot 20 = 400 \text{ m}^2$$

Somatória dos pontos com peso 1 :

$$\begin{aligned} 109,2 - 100 &= 9,2 \\ 107,0 - 100 &= 7,0 \\ 105,0 - 100 &= 5,0 \\ 103,2 - 100 &= 3,2 \\ 101,4 - 100 &= 1,4 \end{aligned}$$

$$\Sigma 1 = 9,2 + 7,0 + 5,0 + 3,2 + 1,4 = 25,8$$

Somatória dos pontos com peso 2 :

$$\begin{aligned} 107,1 - 100 &= 7,1 \\ 103,3 - 100 &= 3,3 \end{aligned}$$

$$\Sigma 2 = 7,1 + 3,3 = 10,4$$

Somatória dos pontos com peso 3 :

$$105,0 - 100 = 5,0$$

$$\Sigma 3 = 5,0$$

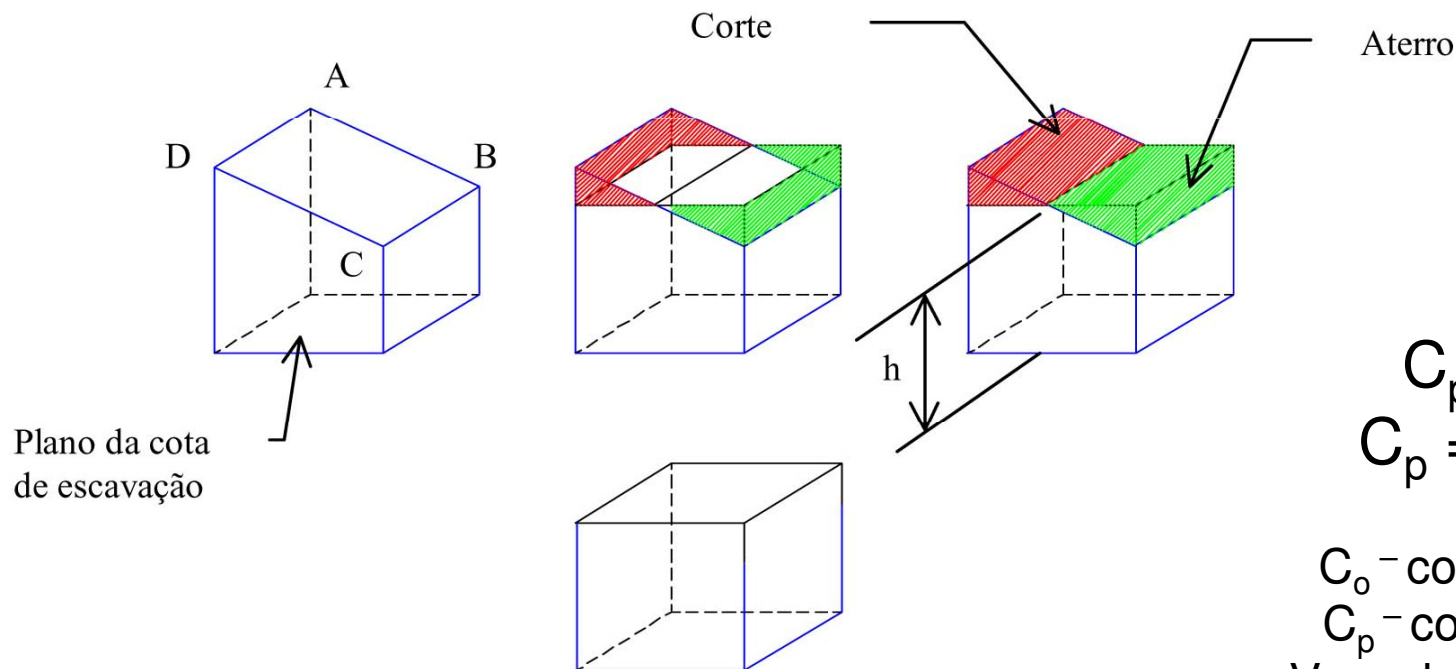
$$\text{Volume} = 400/4 \cdot (25,8 + 2 \cdot 10,4 + 3 \cdot 5)$$

$$\text{Volume} = 6160,0 \text{ m}^3$$

Cota de passagem



- É a cota na qual o volume de escavação é igual ao volume de aterro.



$$C_p = C_o + h$$
$$C_p = C_o + V_o/S$$

C_o - cota de escavação
 C_p - cota de passagem
 V_o - volume de escavação
para cota C_o
 S - área total da base

Cota de passagem (exemplo)



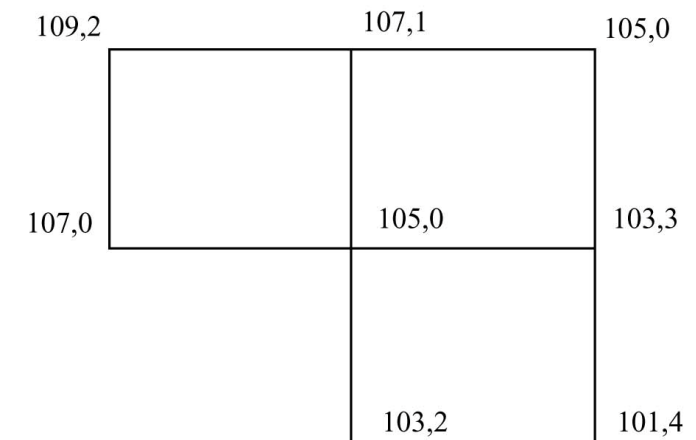
Cota de passagem = $\Sigma \text{Cota} \times \text{Peso} / \Sigma \text{Pesos}$

Cota	Peso	Cota x Peso
109,2	1	109,2
107,1	2	214,2
105,0	1	105,0
107,0	1	107,0
105,0	3	315,0
103,3	2	206,6
103,2	1	103,2
101,4	1	101,4
Σ	12	1261,6

$$C_p = C_o + h$$
$$C_p = C_o + V_o/S$$

$$C_p = 100 + [6160/(20 \times 20 \times 3)]$$

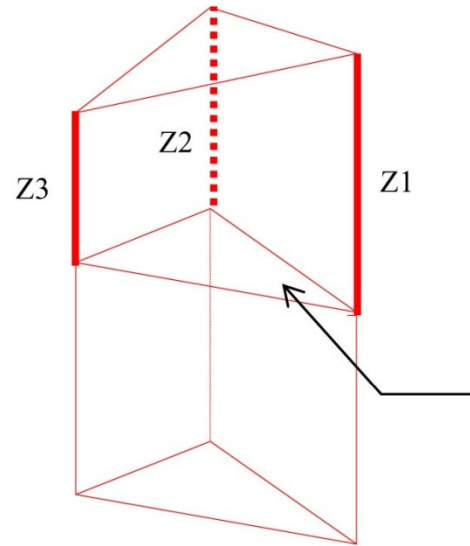
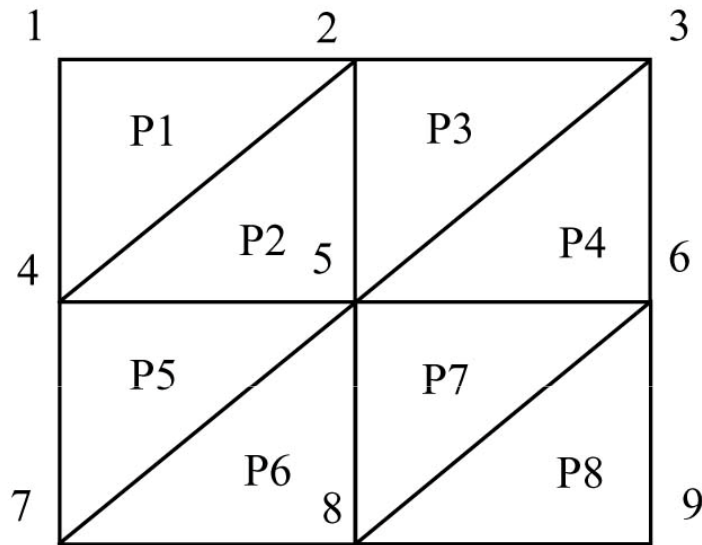
$$C_p = 105,13 \text{ m}$$



Cota de passagem = $\Sigma \text{Cota} \cdot \text{Peso} / \Sigma \text{Pesos}$

$$C_p = 105,13 \text{ m}$$

Método das alturas ponderadas (malha triangular)



$$V = A \cdot \frac{(Z_1 + Z_2 + Z_3)}{3}$$

$$V = \frac{A}{3} \cdot (\Sigma D_1 + 2\Sigma D_2 + 3\Sigma D_3 + \dots + n\Sigma D_n)$$

Onde:

A – área plana do triângulo

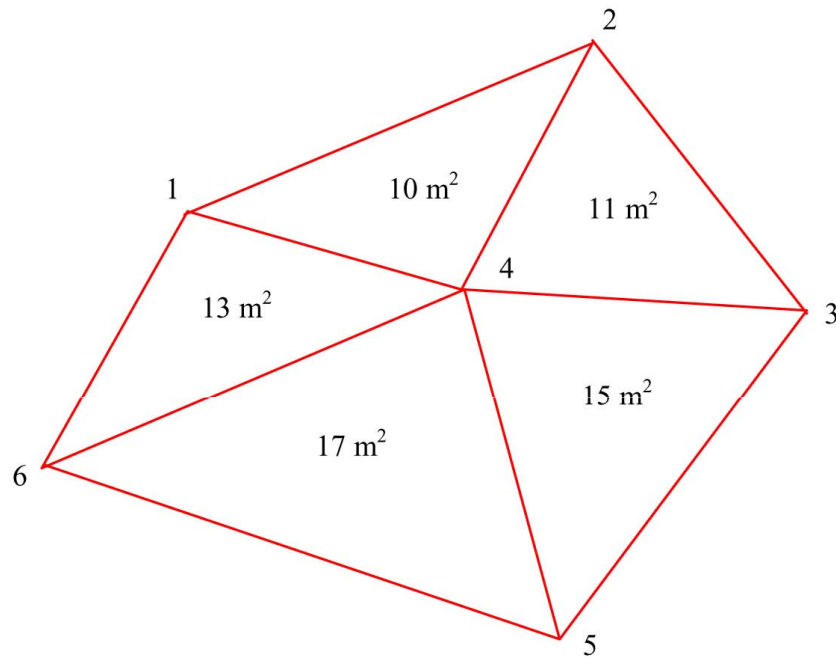
1 – pontos que são vértices de apenas um triângulo

2 – pontos que são vértices de dois triângulos

...

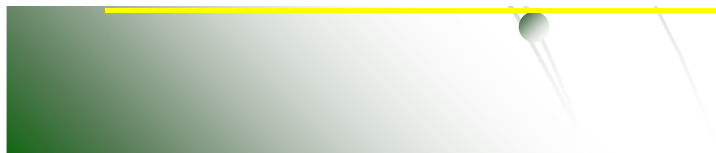
n – pontos que são vértices de “n” triângulos

Método das alturas ponderadas (malha irregular)

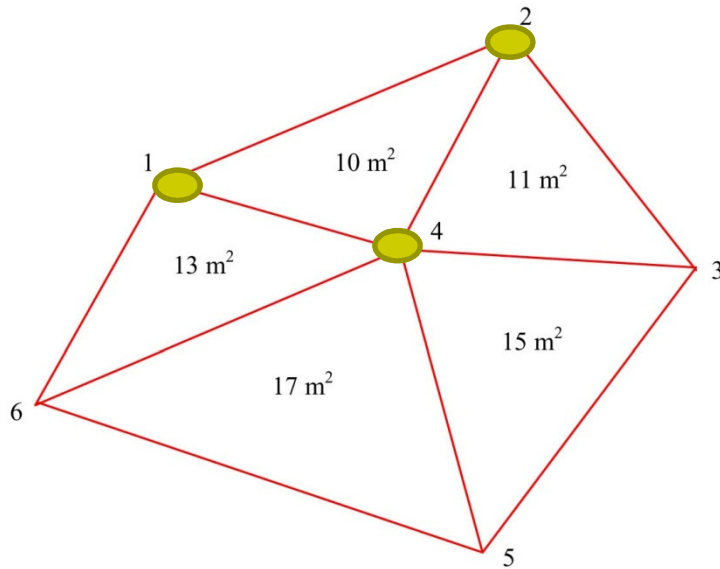


Cota de corte = 30 m
Área total = 66 m²

Ponto	Cota (m)	Cota-Cota de corte (m)
1	32,7	2,7
2	31,3	1,3
3	33,0	3,0
4	32,5	2,5
5	34,2	4,2
6	32,5	2,5



Método das alturas ponderadas (malha irregular)



$$V_{124} = \frac{10}{3} \cdot (2,7 + 1,3 + 2,5) = \frac{10}{3} \cdot 6,5 = 21,67 \text{ m}^3$$

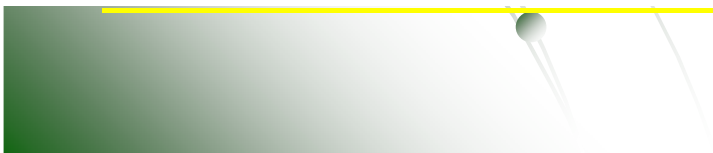
$$V_{234} = \frac{11}{3} \cdot (1,3 + 3,0 + 2,5) = \frac{11}{3} \cdot 6,8 = 24,93 \text{ m}^3$$

$$V_{345} = \frac{15}{3} \cdot (3,0 + 2,5 + 4,2) = \frac{15}{3} \cdot 9,7 = 48,5 \text{ m}^3$$

$$V_{456} = \frac{17}{3} \cdot (2,5 + 4,2 + 2,5) = \frac{17}{3} \cdot 9,2 = 52,13 \text{ m}^3$$

$$V_{146} = \frac{13}{3} \cdot (2,7 + 2,5 + 2,5) = \frac{13}{3} \cdot 7,7 = 33,37 \text{ m}^3$$

$$\text{Volume} = 21,67 + 24,93 + 48,5 + 52,13 + 33,37 = 180,6 \text{ m}^3$$



Cota de passagem (malha irregular)



- $C_p = C_o + (V_o/S)$
- $C_p = 30,0 + (180,6/66,0)$
- $C_p = 32,736 \text{ m}$

Verificação com a cota de corte igual a cota de passagem:

$$V_{124} = -5,693 \text{ m}^3$$

$$V_{234} = -5,162 \text{ m}^3$$

$$V_{345} = 7,46 \text{ m}^3$$

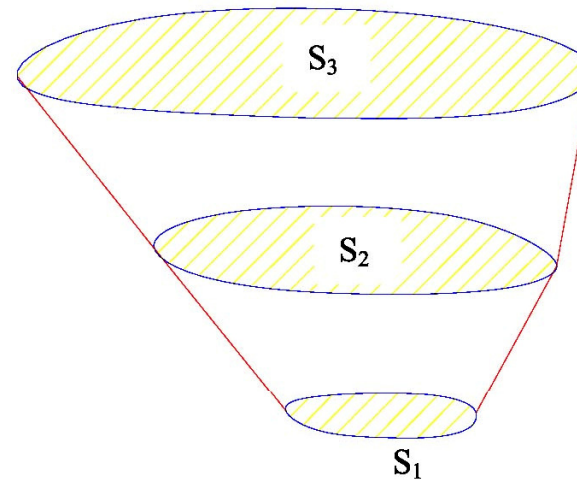
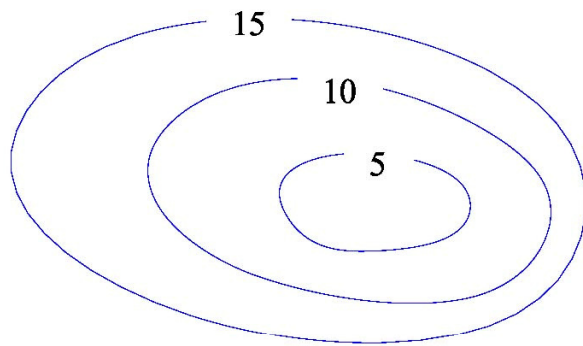
$$V_{456} = 5,621 \text{ m}^3$$

$$V_{146} = -2,201 \text{ m}^3$$

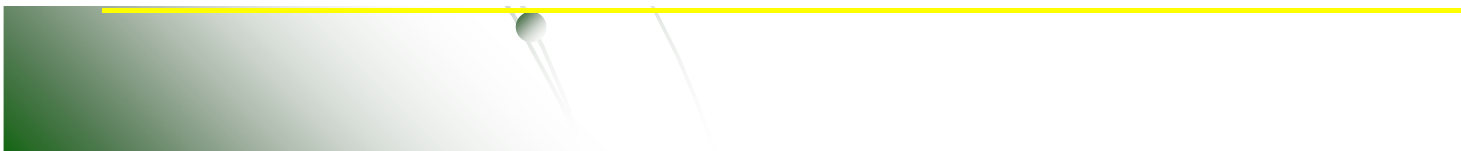
$$V_{\text{total}} = 0,03 \text{ m}^3 \cong 0,0 \text{ m}^3$$

Ponto	Cota (m)	Cota-Cota de corte (m)
1	32,7	-0,036
2	31,3	-1,436
3	33,0	0,264
4	32,5	-0,236
5	34,2	1,464
6	32,5	-0,236

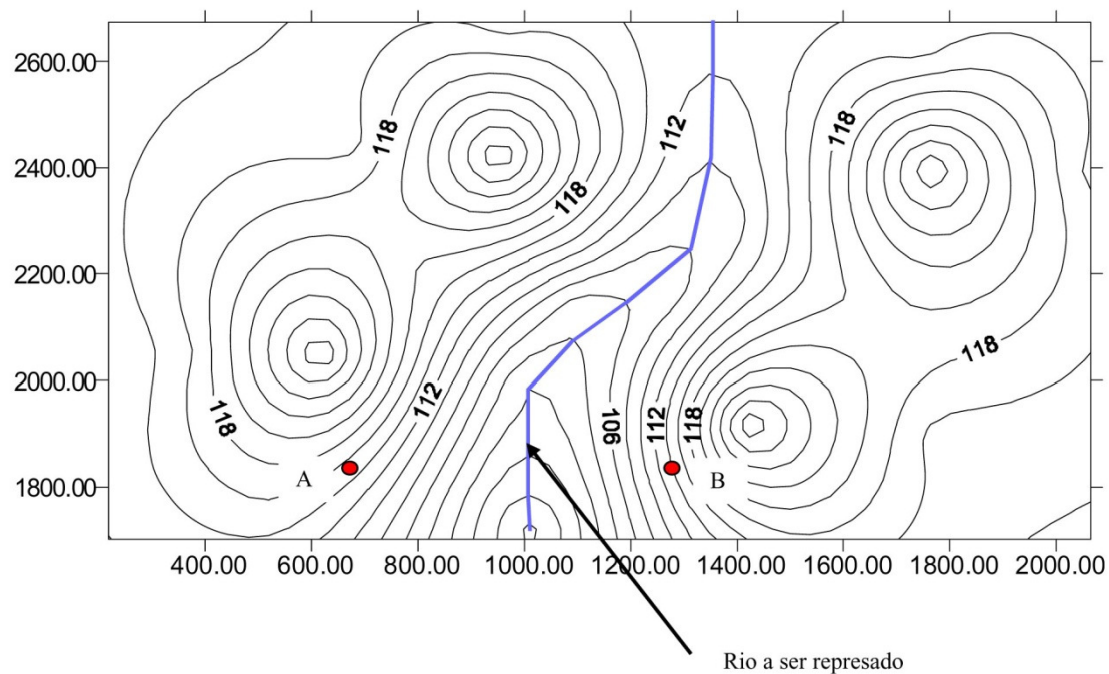
Método das superfícies eqüidistantes



- $V = d \times (S_1/2 + S_2 + S_3/2)$
- Generalizando:
 - $V = d \times (S_1/2 + S_2 + \dots + S_{n-1} + S_n/2)$



Método das superfícies eqüidistantes

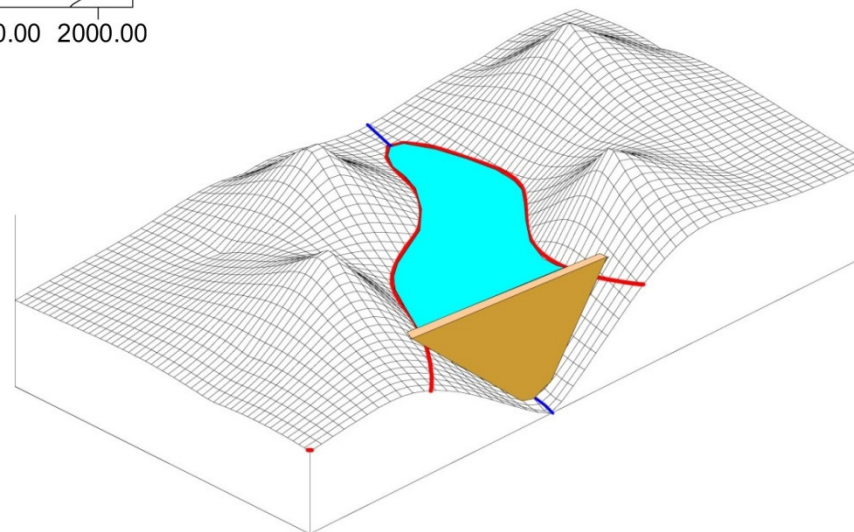


Curva	Área (m ²)
112	243808,7
110	174185,7
108	117934,1
106	76370,9
104	42836,1
102	16650,9
100	1697,0

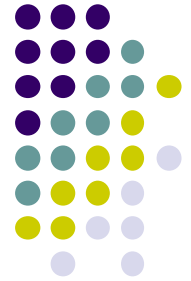
Cota máxima de inundação: 112 m

$$V = 2 \times (243808,7/2 + 174185,7 + 117934,1 + 76370,9 + 42836,1 + 16650,9 + 1697,0/2) =$$

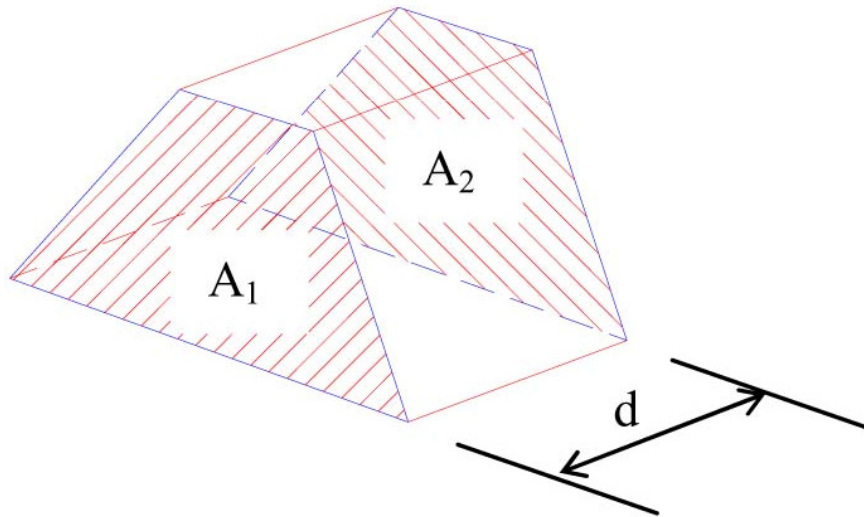
$$V = 1.101.461,1 \text{ m}^3$$



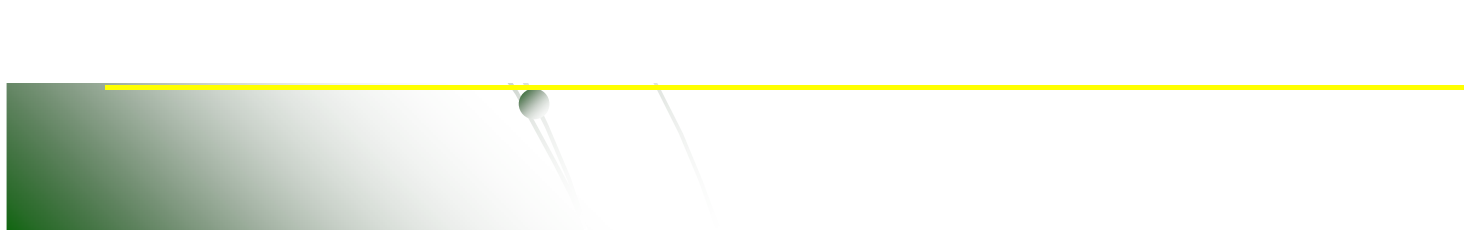
Método das seções transversais



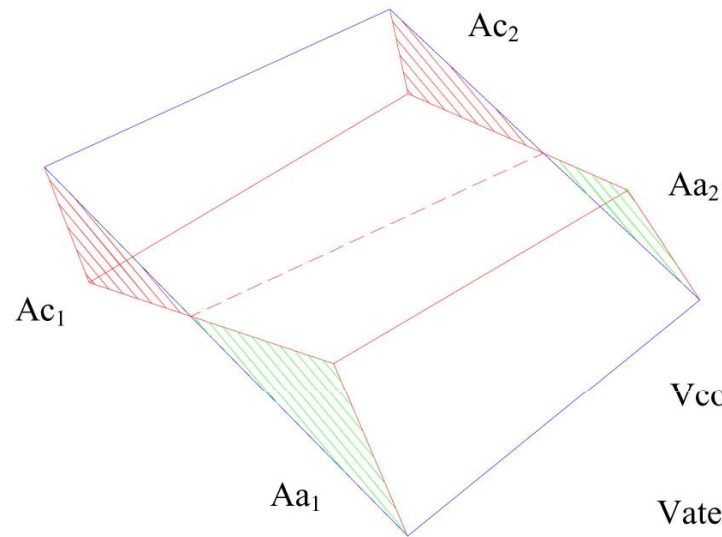
$$\text{Volume} = d \cdot \left(\frac{A_1 + A_2}{2} \right)$$



- Esta fórmula é largamente empregada em estradas e ferrovias, nos cálculos de corte e aterro.

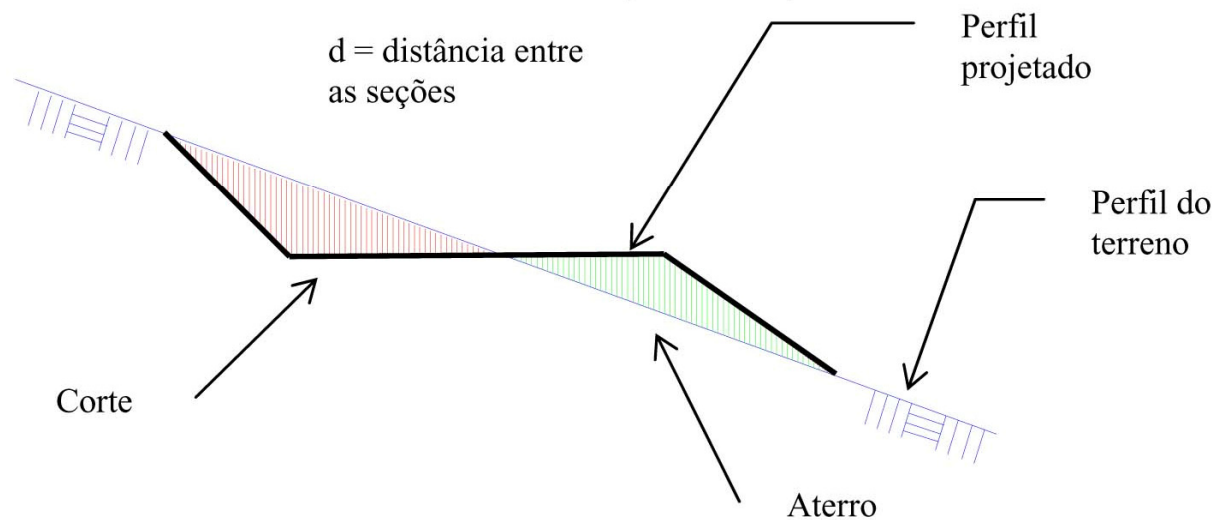
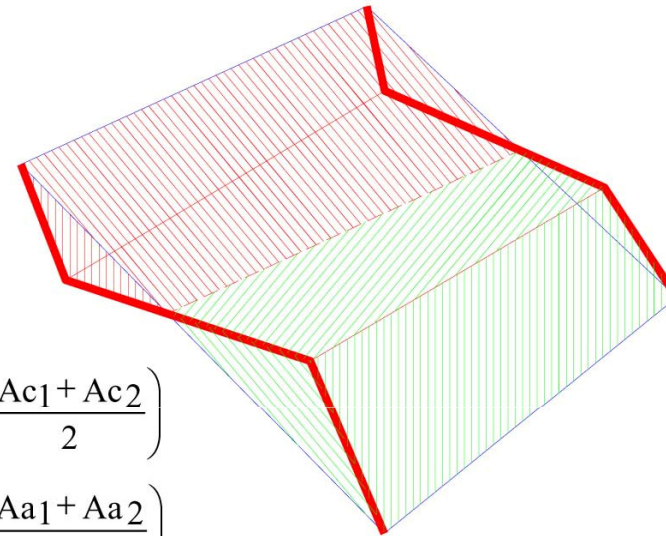


Método das seções transversais

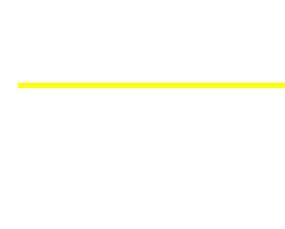
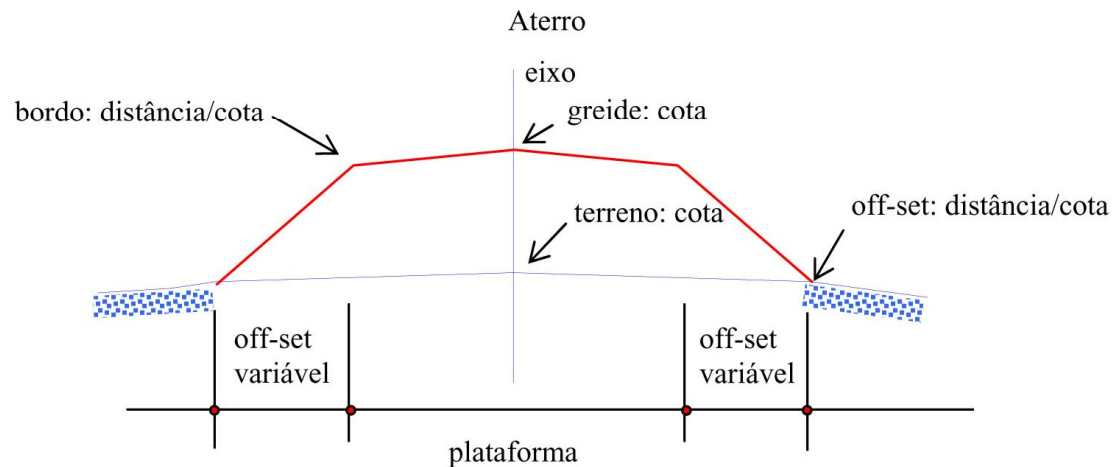
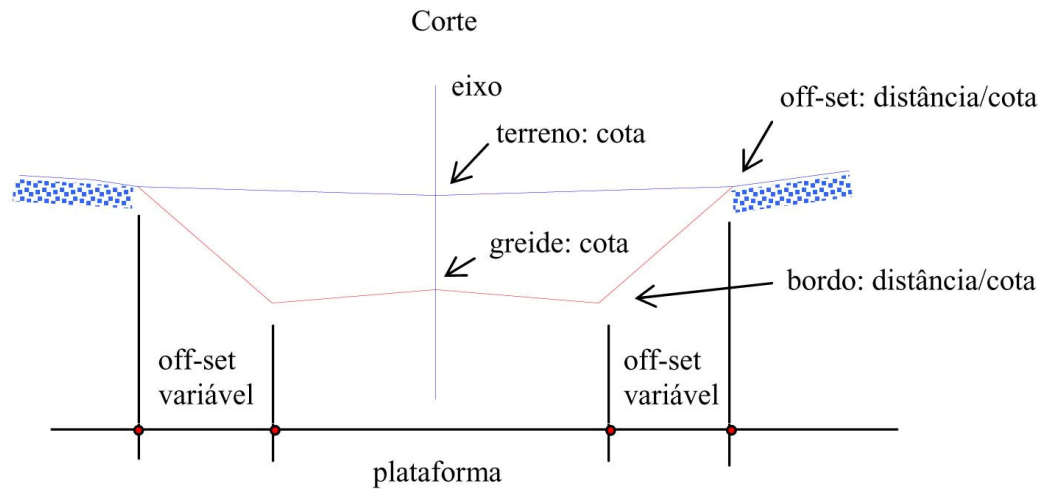


$$V_{\text{corte}} = d \cdot \left(\frac{Ac_1 + Ac_2}{2} \right)$$

$$V_{\text{aterro}} = d \cdot \left(\frac{Aa_1 + Aa_2}{2} \right)$$



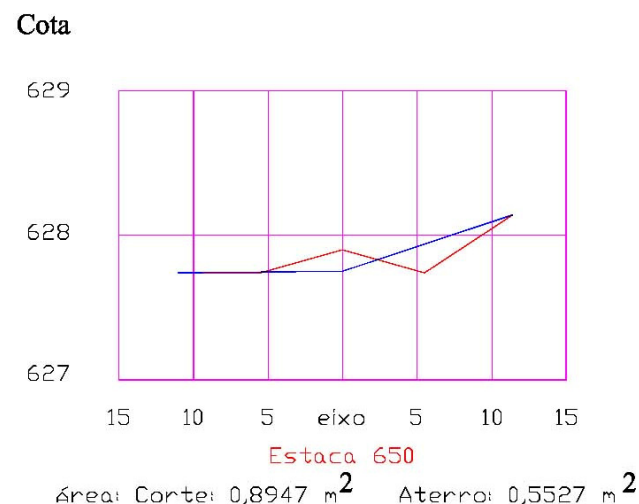
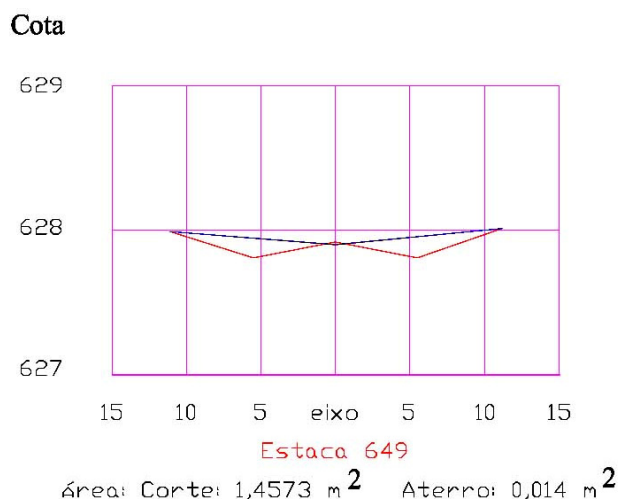
Método das seções transversais





Método das seções transversais

Estimativa das áreas da seção transversal com auxílio de software



$$V_{\text{corte}} = d \times [(A_{649} + A_{650})/2]$$

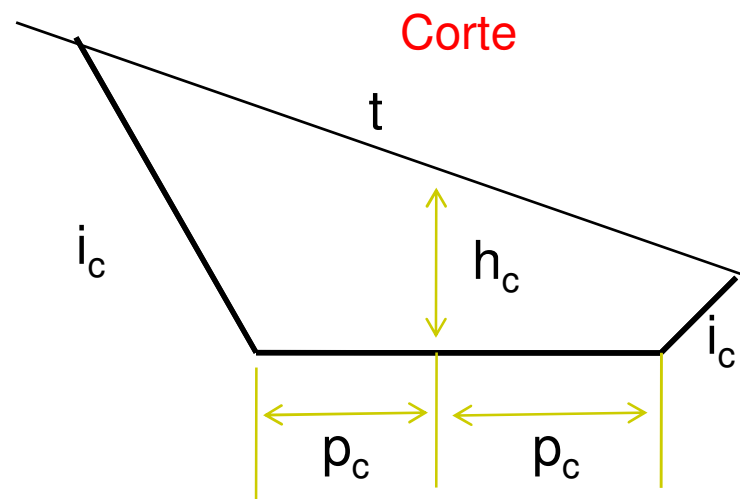
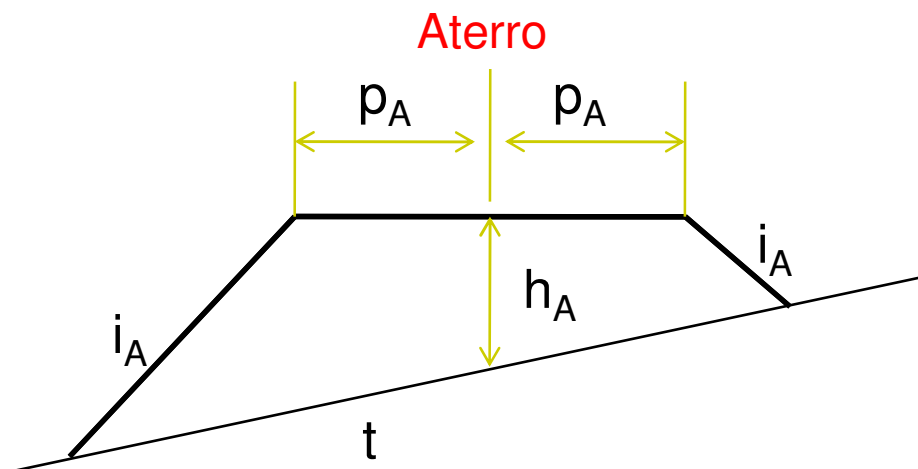
$$V_{\text{corte}} = 20 \times (1,4573 + 0,8947)/2 = 23,52 \text{ m}^3$$

$$V_{\text{aterro}} = -d \times [(A_{649} + A_{650})/2]$$

$$V_{\text{aterro}} = -20 \times (0,014 + 0,5527)/2 = -5,667 \text{ m}^3$$

Método das seções transversais

Estimativa das áreas da seção transversal analiticamente

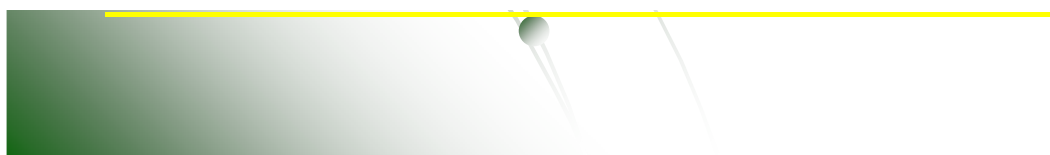


$$S_{(A,C)} = \frac{i_{(A,C)} \cdot (|h_{(A,C)}| + i_{(A,C)} \cdot p_{(A,C)})^2}{i_{(A,C)}^2 - t_{(A,C)}^2} - i_{(A,C)} \cdot p_{(A,C)}^2$$

$$|h_A| \geq t \cdot p_A$$

ou

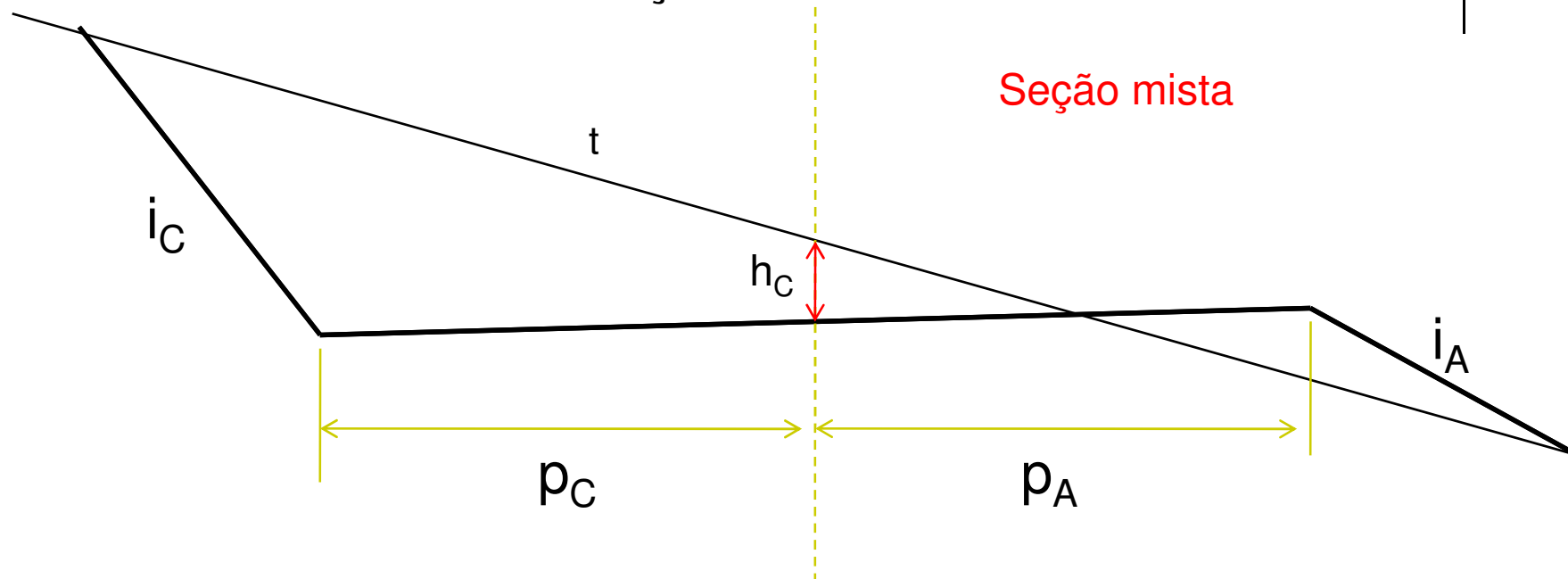
$$h_C \geq t \cdot p_C$$





Método das seções transversais

Estimativa das áreas da seção transversal analiticamente



$$S_A = \frac{i_A \cdot (t \cdot p_A - h_{(A,C)})^2}{2 \cdot t \cdot (i_A - t)}$$

$$S_C = \frac{i_C \cdot (t \cdot p_C - h_{(A,C)})^2}{2 \cdot t \cdot (i_C - t)}$$

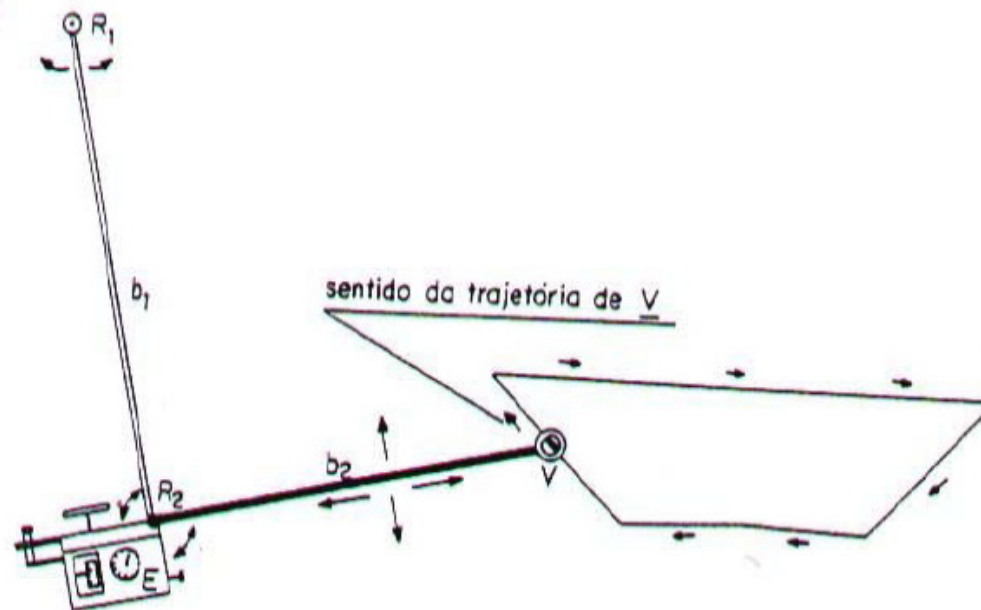
$$h_C \leq t \cdot p_A$$

ou

$$|h_A| \leq t \cdot p_C$$

Método das seções transversais

Estimativa das áreas da seção transversal com o planímetro



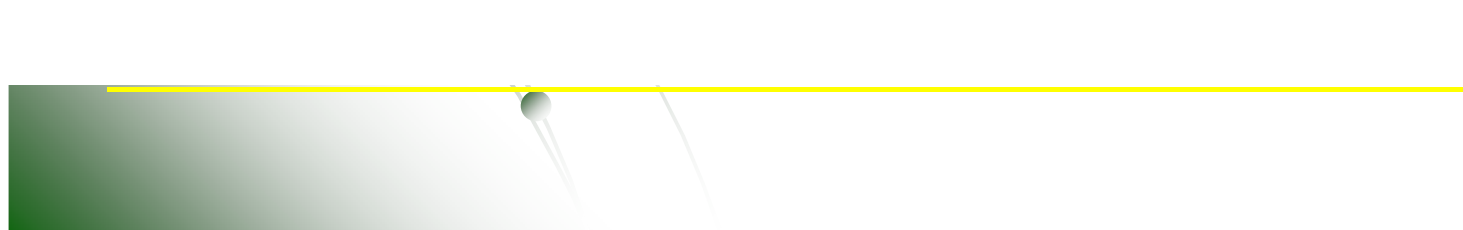


Empolamento do solo

- $E = (V_s/V_c - 1)$
 - V_s - volume solto
 - V_c - volume medido no corte
 - E – empolamento (%)

Material	E (%)
Rocha detonada	50%
Solo argiloso	40%
Terra comum	25%
Solo arenoso seco	12%

- $E = (\gamma_c/\gamma_s - 1)$
 - γ_c - massa específica no corte
 - γ_s - massa específica do material solto
 - E – empolamento (%)

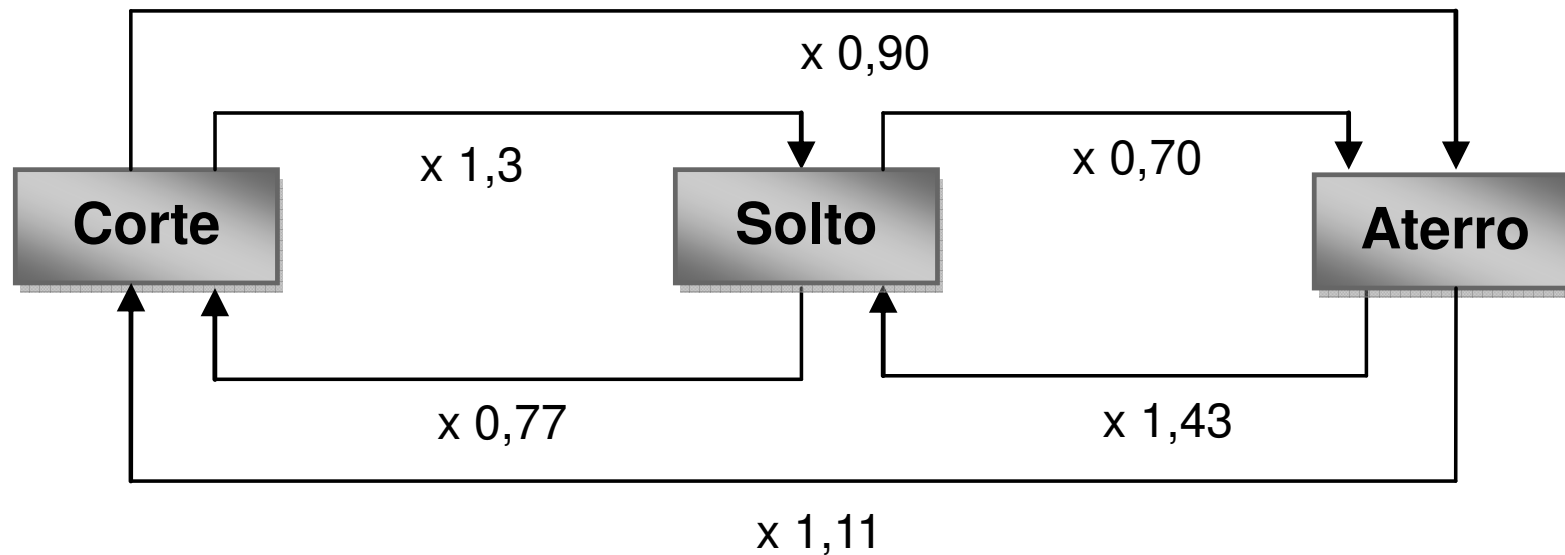


Volume do solo *versus* Contração do solo

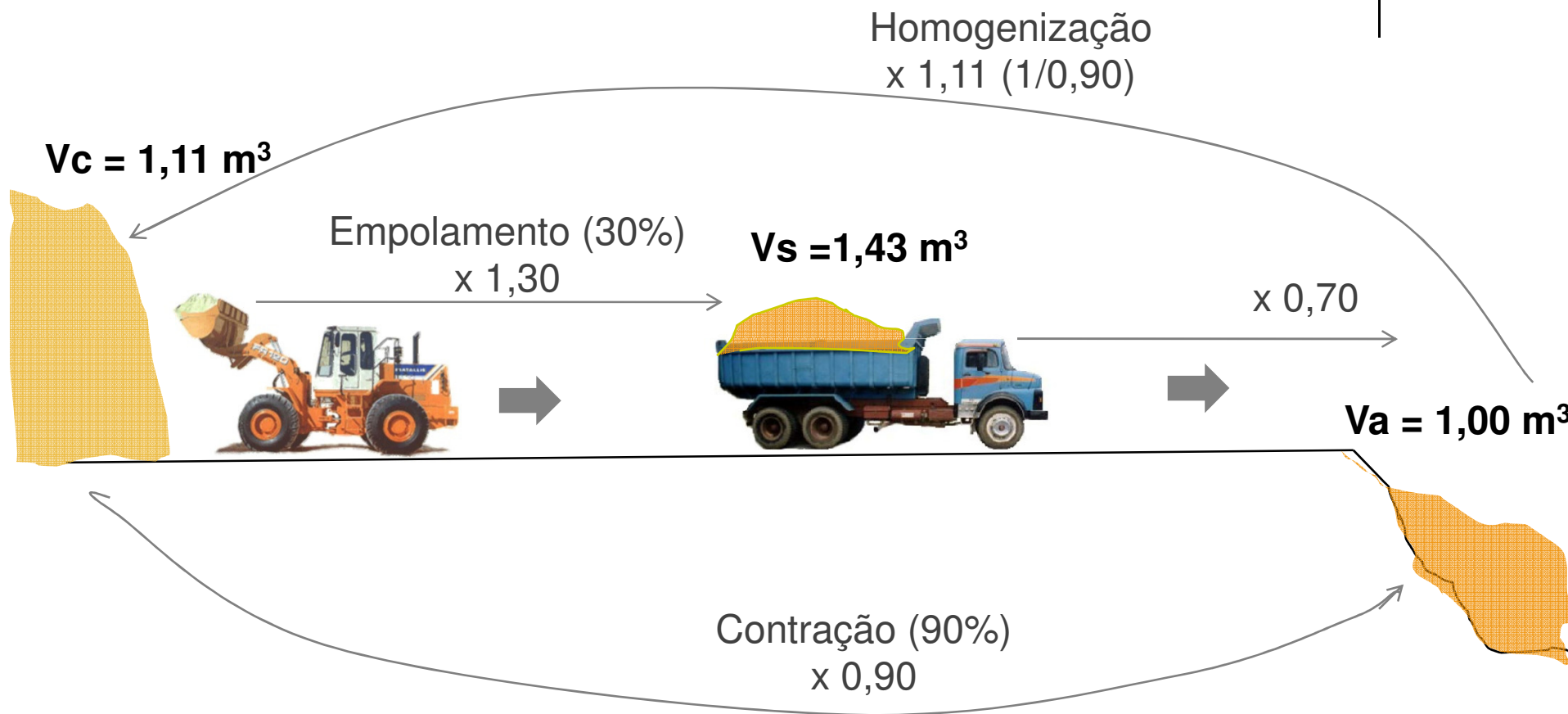


- Contração = $V_a/V_c = \gamma_c/\gamma_a$
- Homogeneização = $1/\text{Contração}$

Quadro de relação de volumes para um solo qualquer



Volume do solo *versus* Contração do solo



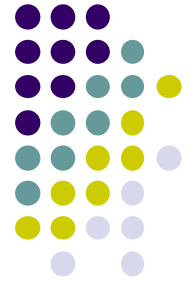
Empolamento na composição de preço da SEINFRA/CE

C0328 - ATERRO C/COMPACTAÇÃO MECÂNICA E CONTROLE, MAT. DE AQUISIÇÃO

Preço Adotado: 36,34

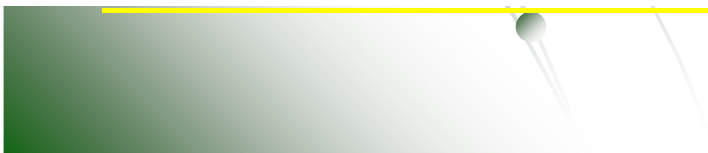
Unid: M3

Código	Descrição	Unidade	Coeficiente	Preço	Total
EQUIPAMENTOS (CHORARIO)					
I0706	CAMINHÃO TANQUE 6.000 L (CHP)	H	0,0350	64,0547	2,2419
I0725	COMPACTADOR DE PLACA VIBRATÓRIA HP 7 (CHP)	H	0,0350	19,1105	0,6688
TOTAL EQUIPAMENTOS (CHORARIO)					2,9107
MAO DE OBRA					
I2543	SERVENTE	H	1,0500	2,7700	2,9085
TOTAL MAO DE OBRA					2,9085
MATERIAIS					
I0111	AREIA VERMELHA	M3	1,1000	24,0000	26,4000
TOTAL MATERIAIS					26,4000
Total Simples					32,22
Encargos					4,12
BDI					0,00
TOTAL GERAL					36,34



Compensação de volumes

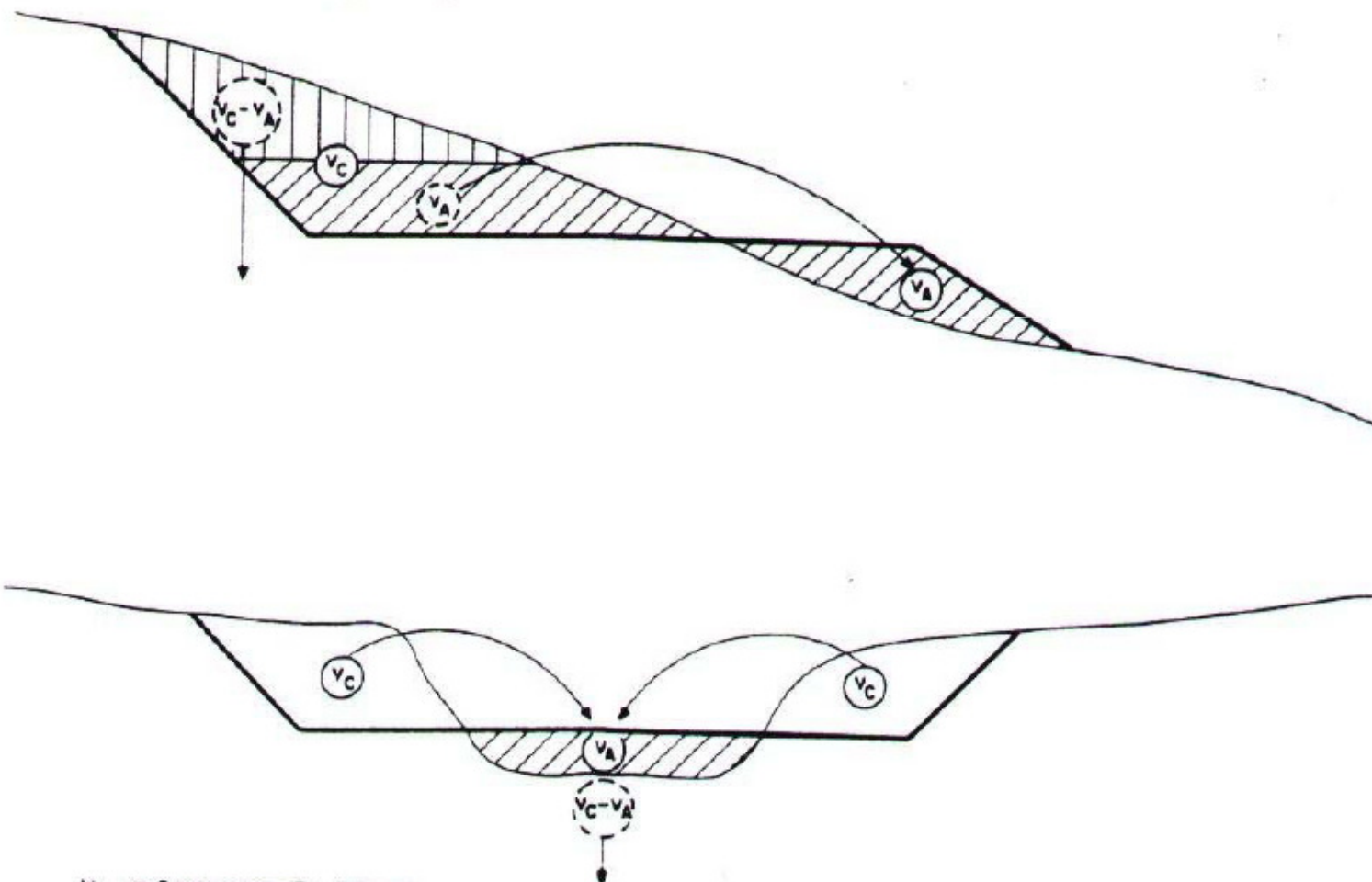
- Compensação longitudinal
 - Corte pleno
 - Empréstimo
 - Corte em seção mista em que o volume de corte é superior ao de aterro
- Compensação lateral
 - Seção mista



Compensação de volumes



1º CASO - $V_C > V_A$



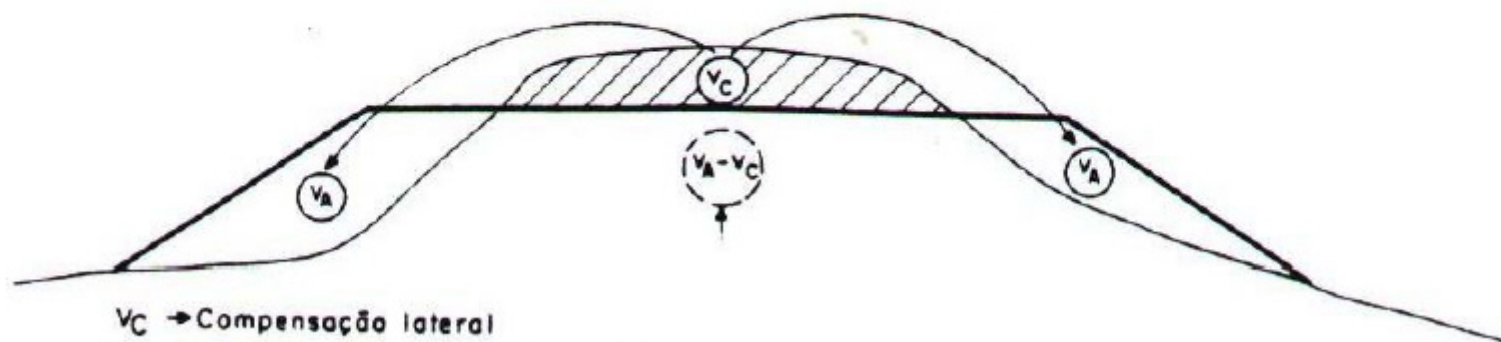
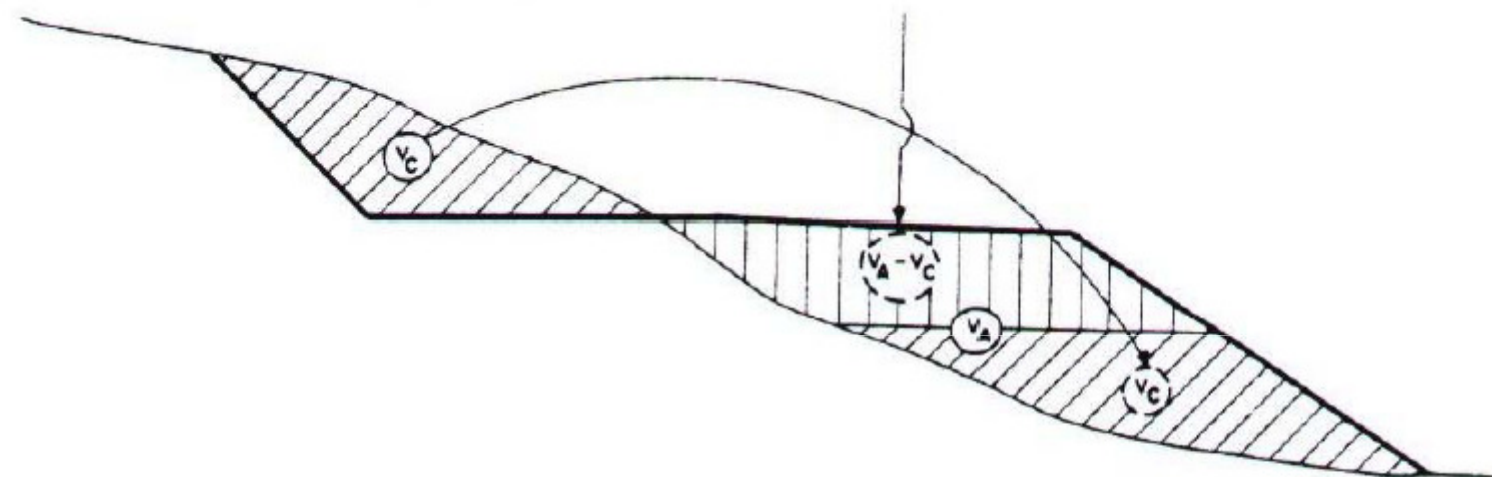
V_A → Compensação lateral

$V_C - V_A$ → Compensação longitudinal



Compensação de volumes

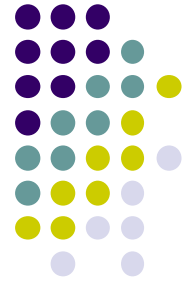
2º CASO - $V_A > V_C$



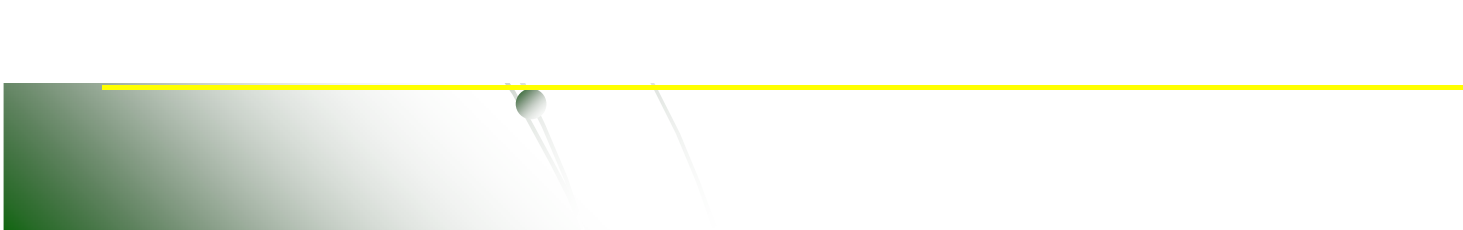
$V_C \rightarrow$ Compensação lateral

$V_A - V_C \rightarrow$ Compensação longitudinal

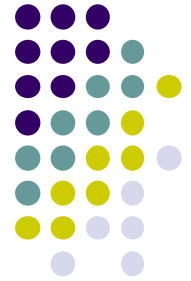
Classificação quanto a dificuldade extrativa



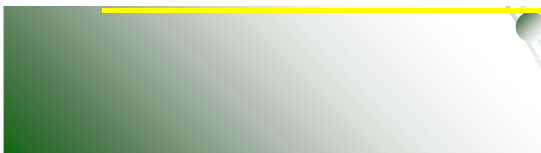
- **1ª categoria:** terra em geral, piçarra ou argila, rocha em adiantado estado de decomposição, seixos rolados ou não, com diâmetro máximo inferior de 15 cm, qualquer que seja o teor de umidade.



Classificação quanto a dificuldade extrativa



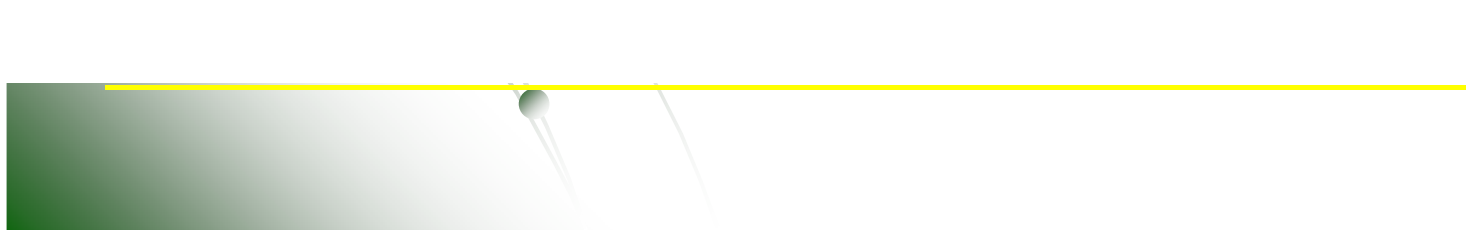
- **2ª categoria:** rocha com resistência à penetração mecânica inferior ao granito, blocos de pedra de volume inferior a 1m^3 , matacões e pedras de diâmetro médio superior a 15 cm, cuja extração se processa com emprego de explosivo ou uso combinado de explosivos, máquinas de terraplenagem e ferramentas manuais comuns.



Classificação quanto a dificuldade extrativa



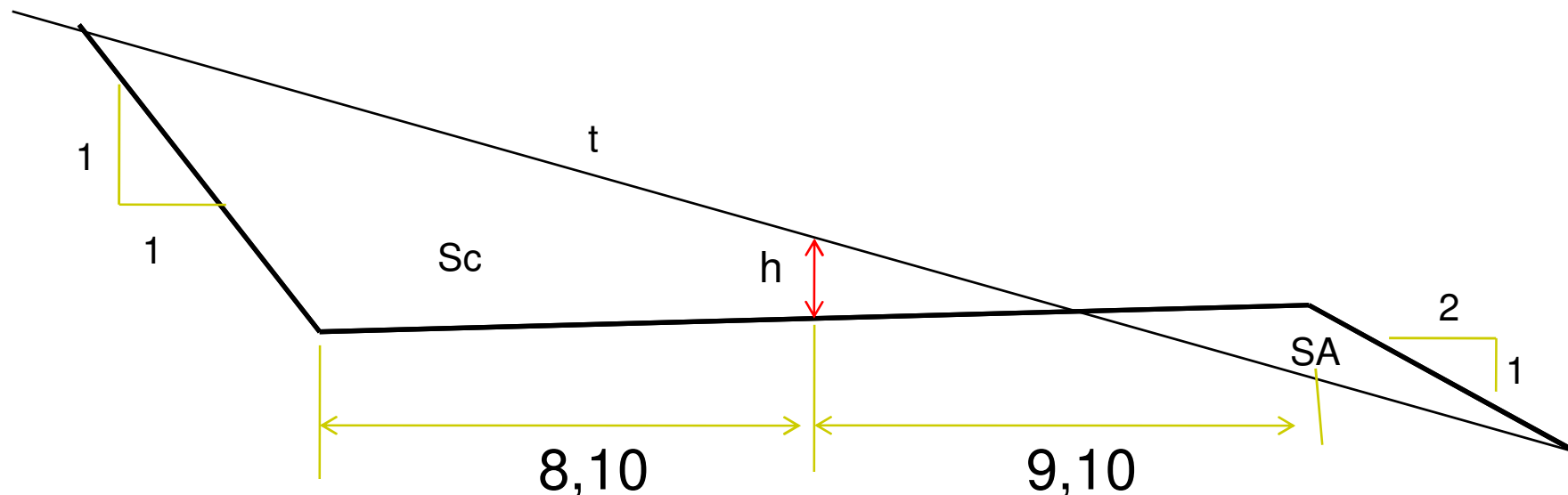
- **3ª categoria:** rocha com resistência à penetração mecânica superior ou igual à do granito e blocos de rocha de volume igual ou superior a 1 m³, cuja extração e redução, para tornar possível o carregamento, se processam com o emprego contínuo de explosivo.



Exercício



- Considere a seção indicada abaixo de uma rodovia para a qual se tenha determinado em cada estaca, o valor da cota vermelha (h) e da inclinação transversal (t) do terreno conforme indicado na tabela a seguir. Considerando o fator de homogeneização de 1,10 e a distância entre as estacas de 20 m, determine os volumes de terra para um material de uma mesma categoria e sem remoção da camada vegetal.



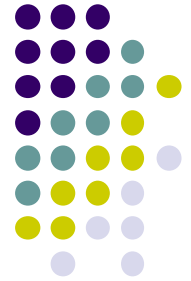


Fator Homogen.

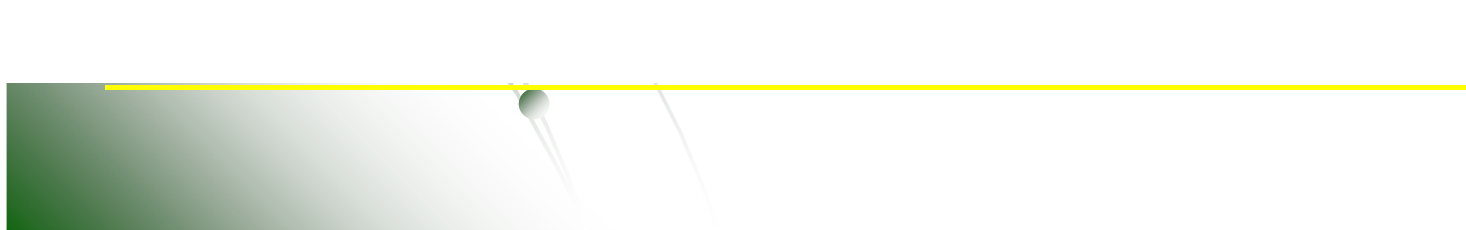
1,1

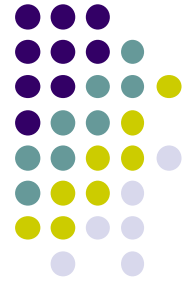
Estacas	h(m)	t(%)	Áreas Simples (m2)		Soma das Áreas (m2)		Semi-dist.	Vol. Excedentes (m3)		Vol. Comp. Lateral (m3)
			Corte	Aterro	Corte	Aterro		Simples	Acumul.	
0+0,00	0,00	0%	0							
1+0,00	2,50	10%	47,88		47,88		10	478,80	478,80	
2+0,00	3,00	10%	58,84		106,72		10	1067,20	1546,00	
3+0,00	4,00	15%	84,17		143,01		10	1430,10	2976,10	
4+0,00	2,00	10%	37,43		121,6		10	1216,00	4192,10	
5+0,00	0,00	10%	3,65	5,18	41,08	5,18	10	353,24	4545,34	57,56
6+0,00	-2,00	15%		52,89	3,65	58,07	10	-608,72	3936,62	36,50
7+0,00	-4,00	15%		119,26		172,15	10	-1912,78	2023,84	
8+0,00	-4,00	5%		106,28		225,54	10	-2506,00	-482,16	
9+0,00	0,00	0%				106,28	10	-1180,89	-1663,04	
10+0,00	2,00	10%	37,43		37,43		10	374,30	-1288,74	
11+0,00	3,00	15%	60,44		97,87		10	978,70	-310,04	
12+0,00	1,00	20%	21,45	2,8	81,89	2,8	10	787,79	477,74	214,50
13+0,00	0,00	15%	5,79	8,87	27,24	11,67	10	142,73	620,48	129,67
14+0,00	-3,00	10%		77,35	5,79	86,22	10	-900,10	-279,62	57,90
15+0,00	-4,00	5%		106,28		183,63	10	-2040,33	-2319,96	
16+0,00	-3,00	5%		73,75		180,03	10	-2000,33	-4320,29	
17+0,00	-2,00	5%		45,27		119,02	10	-1322,44	-5642,73	
17+9,80	0,00	0%		AC		45,27	4,9	-246,47	-5889,20	

Diagrama de massa (Bruckner)

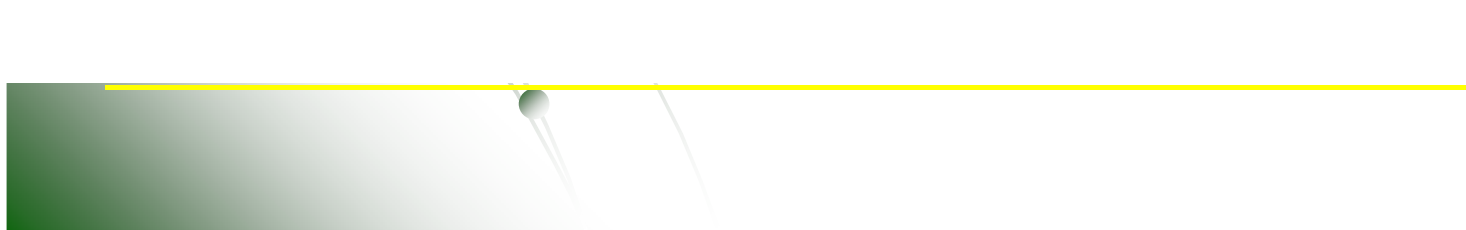


- Cálculo de quantidades de volumes;
- Cálculo de quantidades de transporte, trecho por trecho (custo de transporte);
- Planejamento racional do transporte entre corte e aterro;

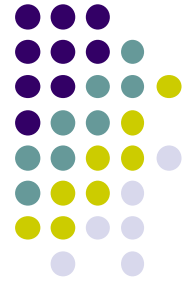




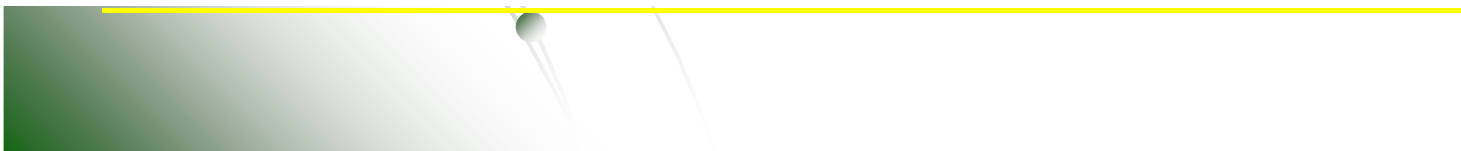
- Para a construção gráfica do Diagrama de Brückner é necessário calcular as chamadas "ordenadas de Brückner", isto é, volumes de cortes e aterros acumulados sucessivamente, seção a seção, considerando-se positivos os volumes de cortes e negativos os de aterros.



DMT



		DMT	<	50 m
50	<	DMT	<	100 m
100	<	DMT	<	200 m
200	<	DMT	<	400 m
400	<	DMT	<	600 m
600	<	DMT	<	800 m
800	<	DMT	<	1000 m
1000	<	DMT	<	1200 m
1200	<	DMT	<	1400 m
1400	<	DMT	<	1600 m
1600	<	DMT	<	2000 m
2000	<	DMT	<	3000 m



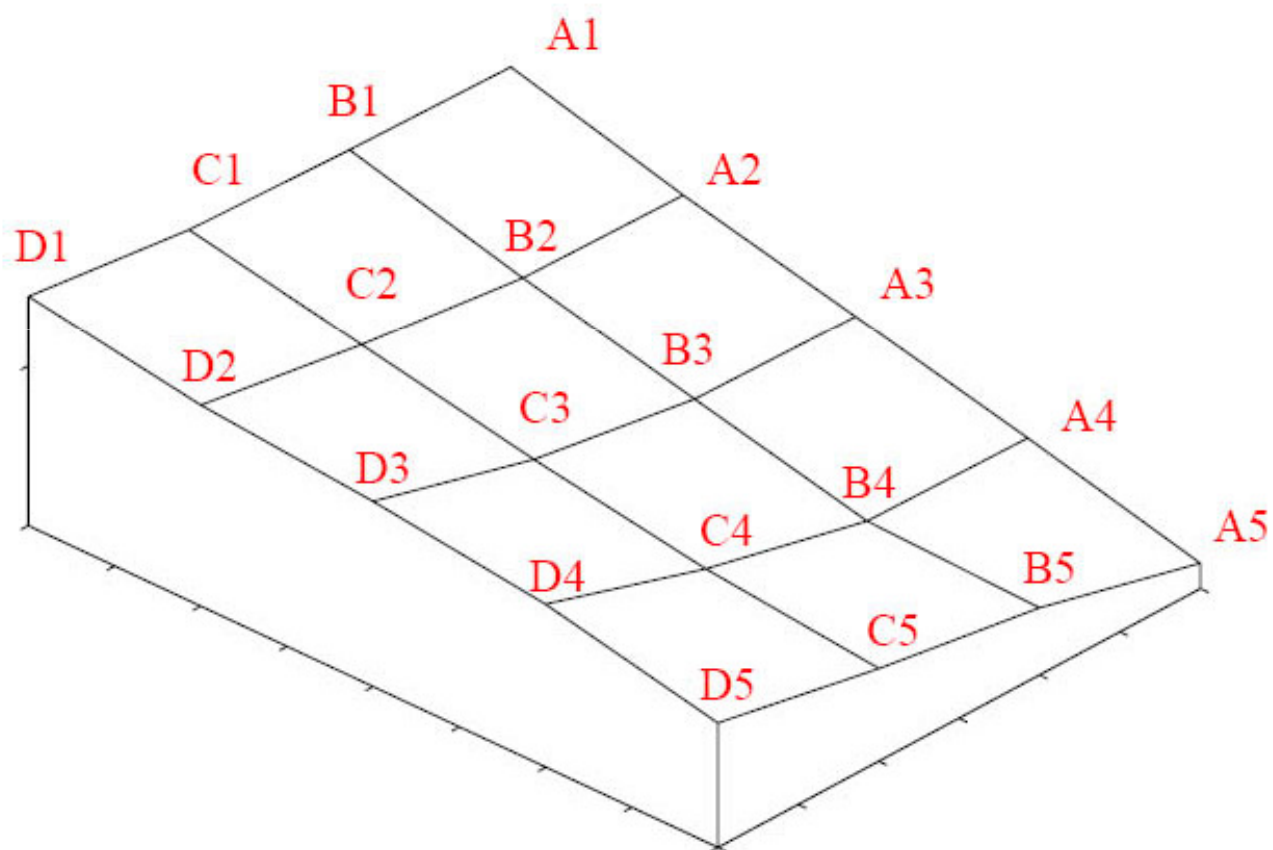
Considerando a área de empréstimo indicada abaixo, onde a malha é de 20 m x 20 m, determine a cota final de escavação na qual resultará um plano horizontal com volume excedente de solo necessário para execução do aterro indicado pelo diagrama de massa anteriormente.

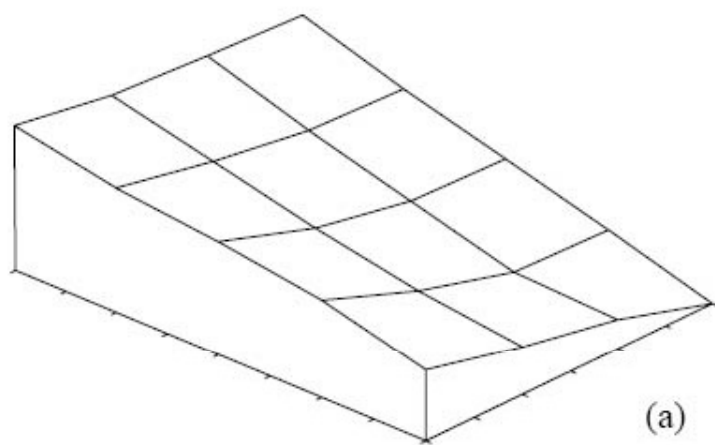
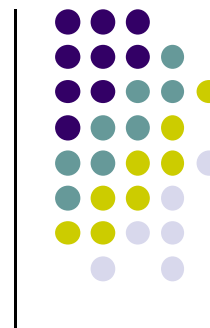


	1	2	3	4	5	
A	36,3	34,8	33,5	32,2		30,8
B	36,4	34,9	33,6	32,3		32,1
C	36,6	35,5	34,4	33,5		32,9
D						
	37,2	36,3	35,8	35,1		33,9

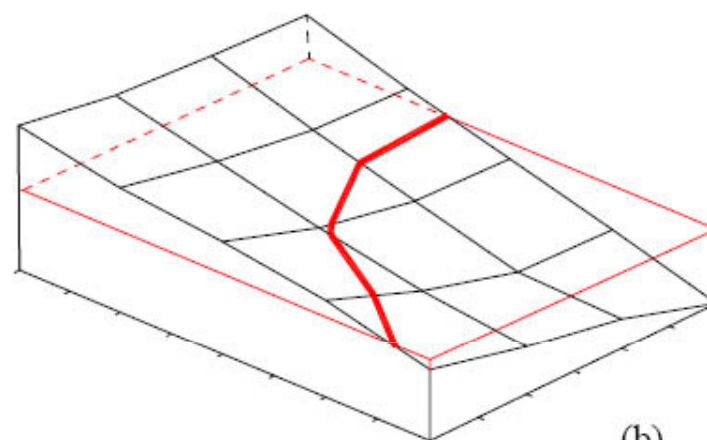


Perspectiva da malha

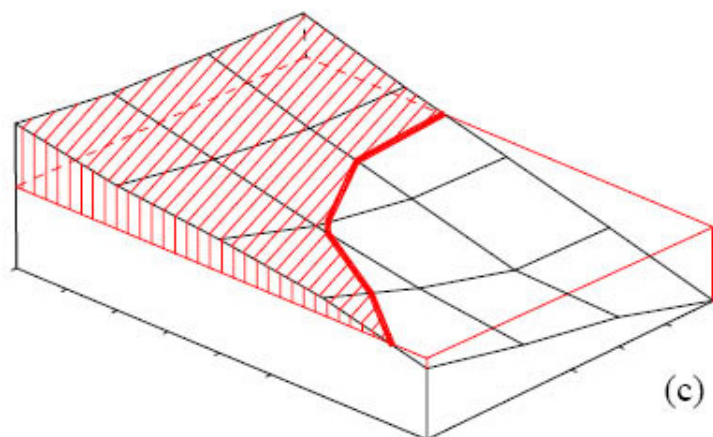




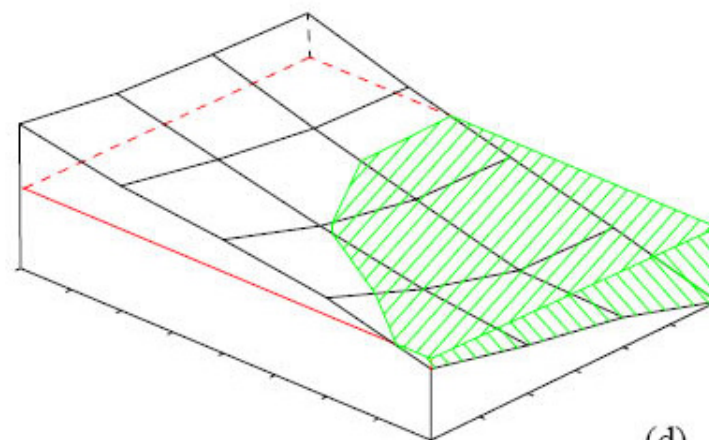
(a)



(b)



(c)



(d)



Cota de passagem

$$C_p = 1646,4/48$$

$$C_p = 34,3 \text{ m}$$

Nessa cota, $V_a - V_c = 0 \text{ m}^3$

Mas, $V_c - V_a = 5.889,20 \text{ m}^3$

Cota Final = ?

$$C_p - h = C_f$$

$$h = (V_c - V_a) / \text{área do terreno}$$

$$h = 5.889,20 / (12 \times 20 \times 20)$$

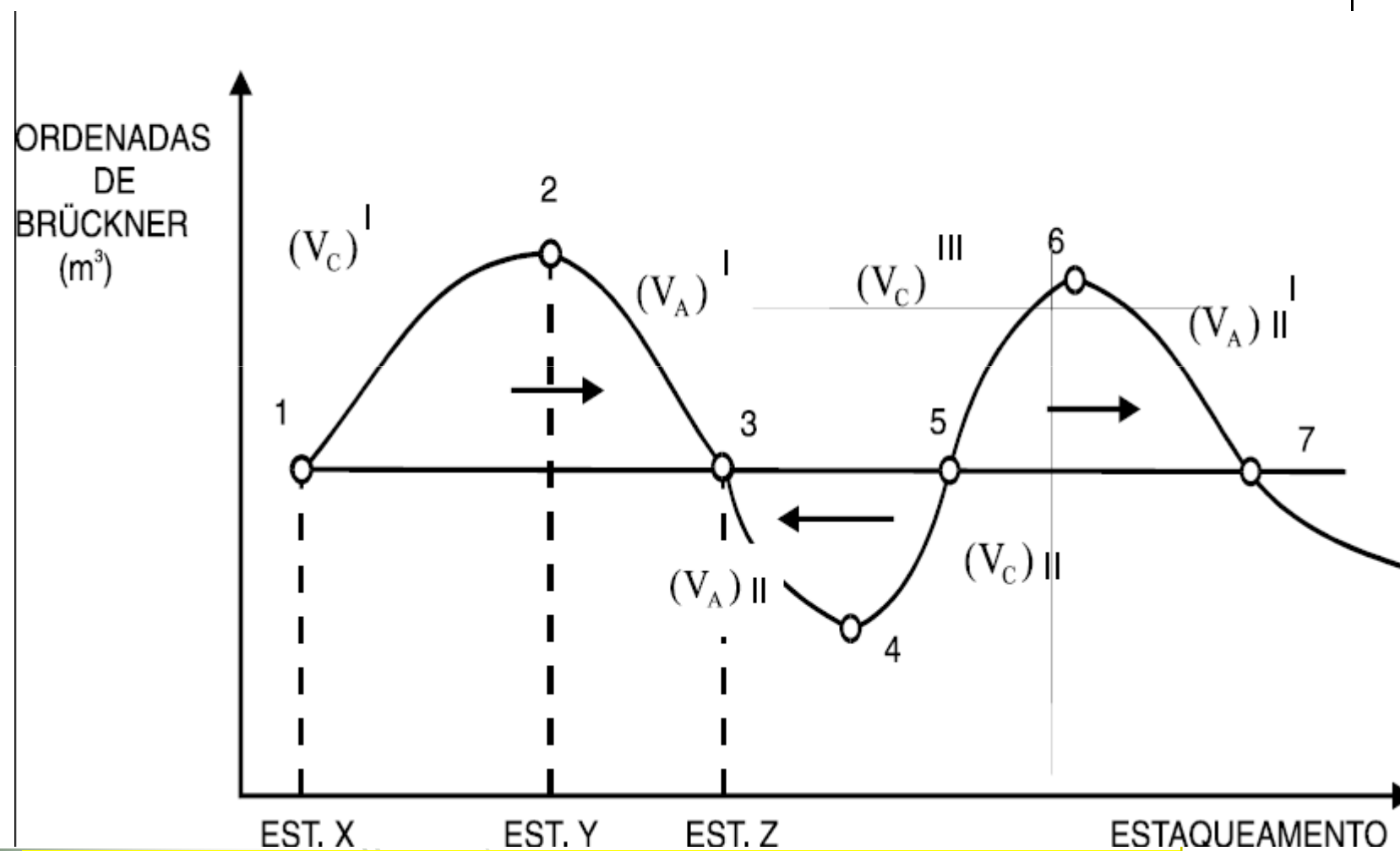
$$h = 1,227 \text{ m}$$

$$C_f = 34,3 - 1,227$$

$$C_f = 33,07 \text{ m}$$

Ponto	Cota	Peso	Peso x Cota
A1	36.3	1	36.3
A2	34.8	2	69.6
A3	33.5	2	67.0
A4	32.2	2	64.4
A5	30.8	1	30.8
B1	36.4	2	72.8
B2	34.9	4	139.6
B3	33.6	4	134.4
B4	32.3	4	129.2
B5	32.1	2	64.2
C1	36.6	2	73.2
C2	35.5	4	142.0
C3	34.4	4	137.6
C4	33.5	4	134.0
C5	32.9	2	65.8
D1	37.2	1	37.2
D2	36.3	2	72.6
D3	35.8	2	71.6
D4	35.1	2	70.2
D5	33.9	1	33.9
	Σ	48	1646.4

$$C_p = \frac{\Sigma \text{Cota} \cdot \text{Peso}}{\Sigma \text{Pesos}}$$





km	Estaca	Elementos Geradores de Serviços	Área da Seção Transversal (m²)		Soma das Áreas das Seções Transversais (m²)		Semidistância entre Seções (m)	Escavação dos Cortes (m³)				Execução de Aterros (m³)			Compensação Lateral (m³)			Bota-fora	Ordenadas de Brückner
			Corte	Aterro	Corte	Aterro		Total Geométrico	1ª Cat.	2ª Cat.	3ª Cat.	Total	Corpo de Aterro	Camada Final	Corte	Aterro	Diferença	Volume (m³)	

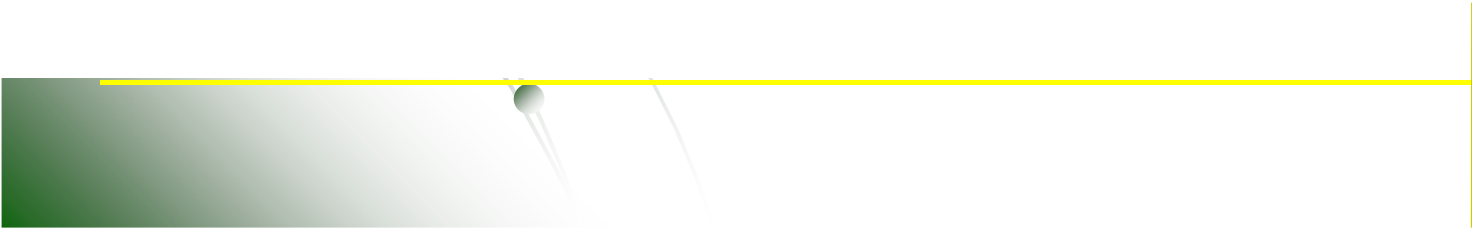
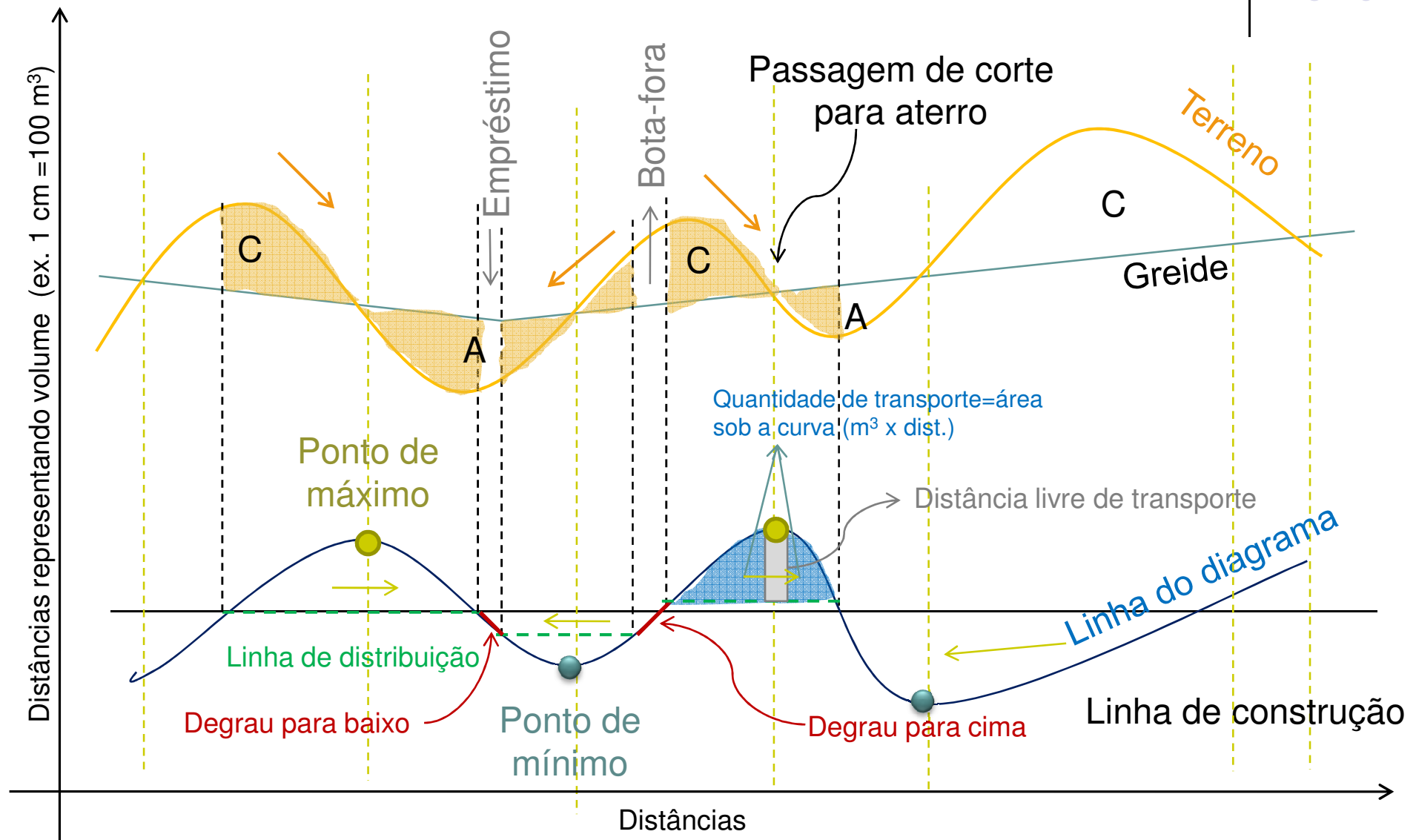
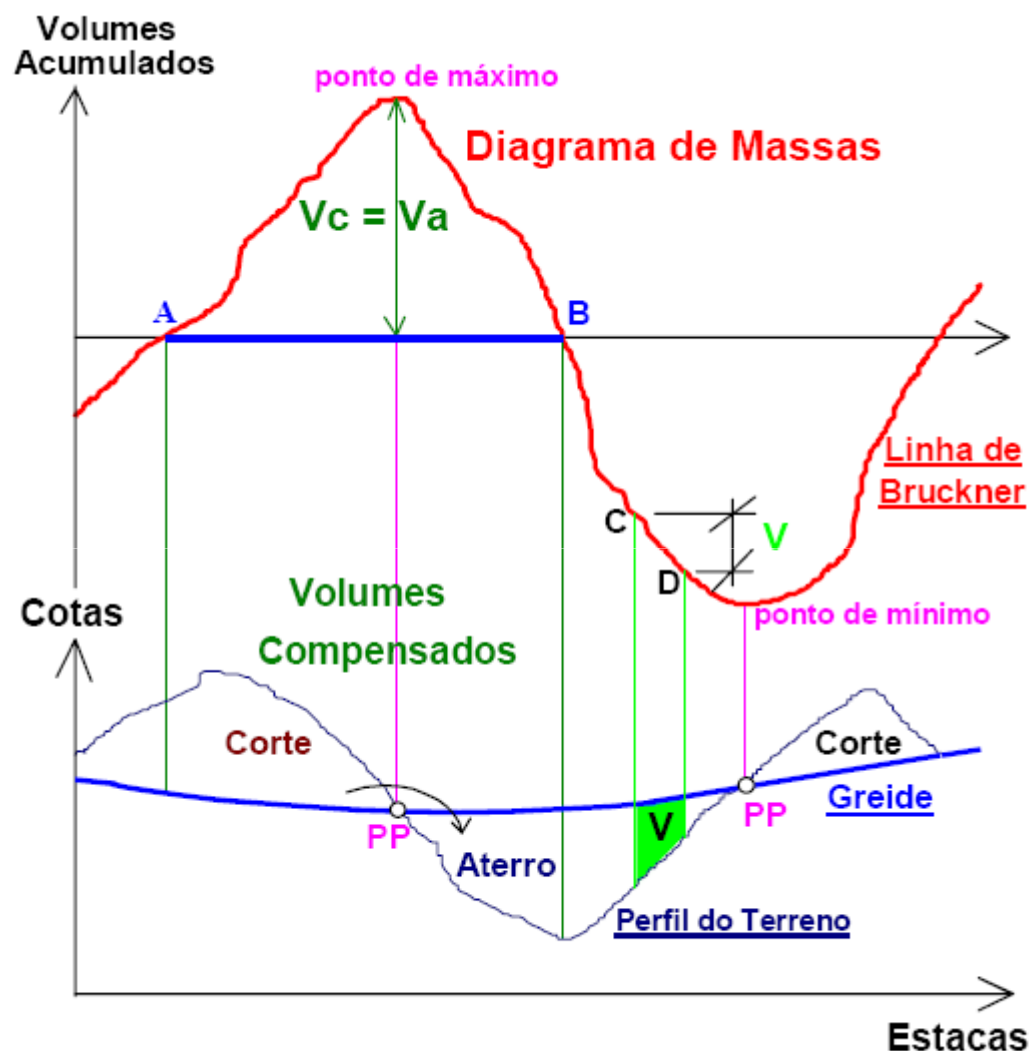


Diagrama de massa (Bruckner)





PROPRIEDADES DO DIAGRAMA:

- . trecho ascendente: corte
- . trecho descendente: aterro
- . grande inclinação: grandes volumes
- . pontos de máximo e de mínimo: PP
- . diferença de ordenadas: volume de terra entre dois pontos
- . qualquer horizontal (AB, por exemplo): determina trechos de volumes compensados (V_c)
- . diagrama acima da linha de compensação: movimento no sentido do estaqueamento (e vice-versa).

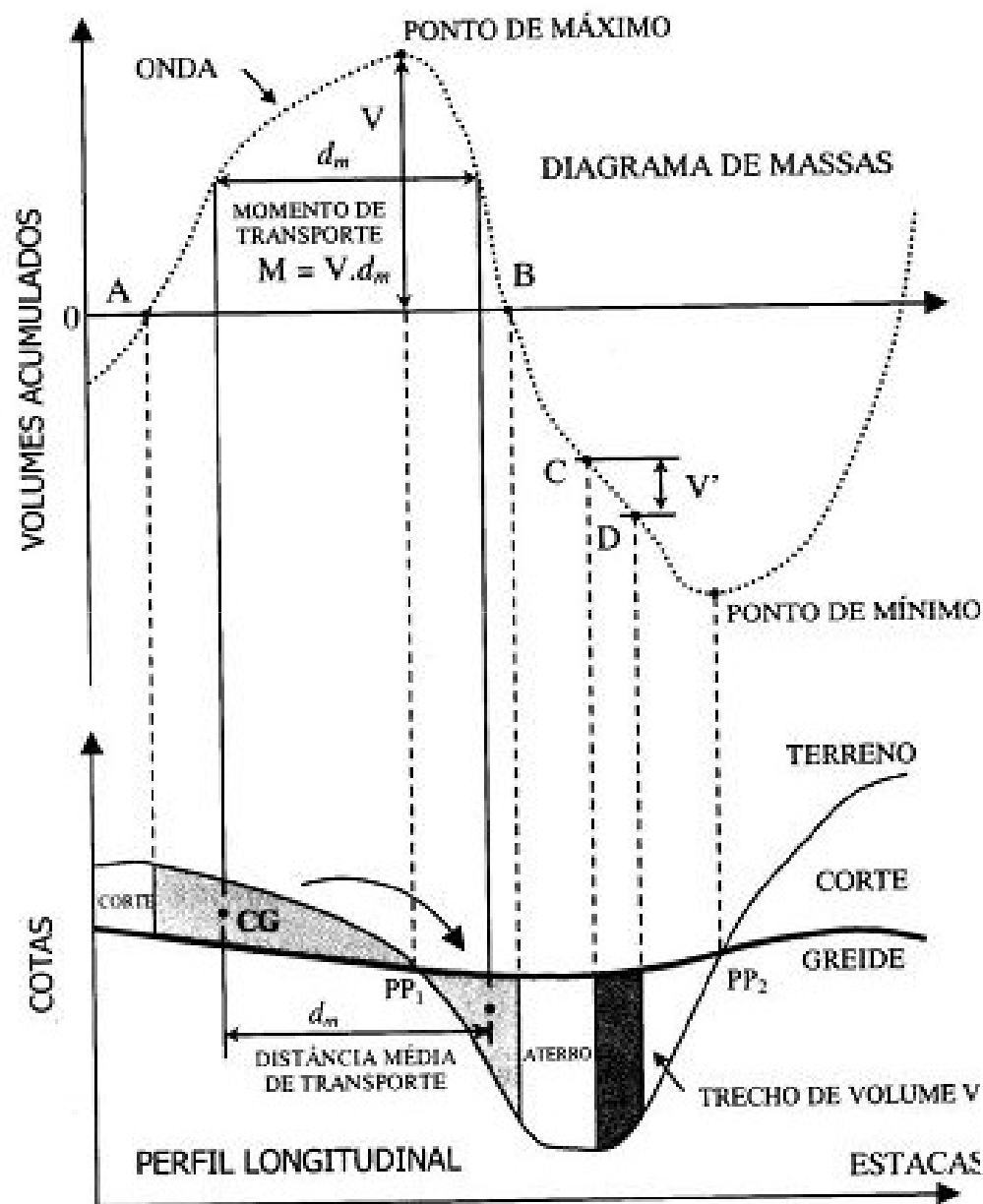


Fig. 18. 2: Perfil Longitudinal e diagrama de massas

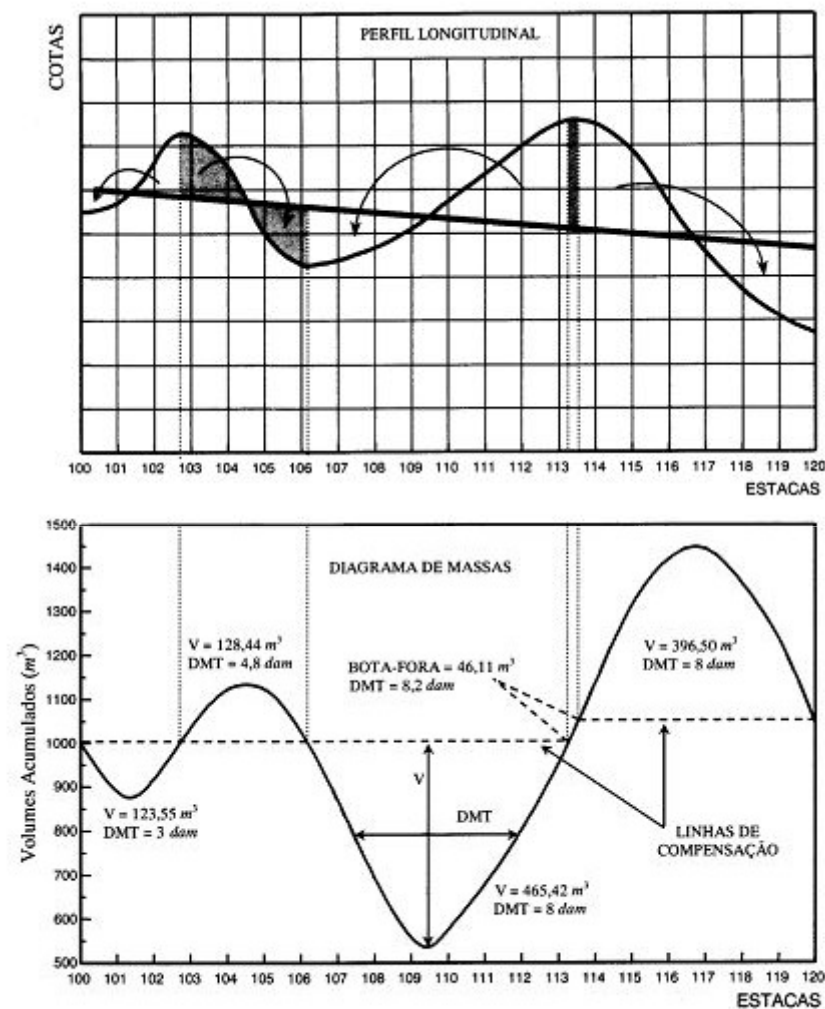
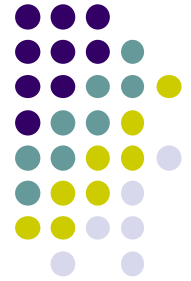


Fig. 18. 6: Perfil Longitudinal e Diagrama de Massas referente ao Exemplo de Aplicação



- Considerando a tabela anterior, elaborar o diagrama de Brückner para análise de compensação dos volumes de terra.

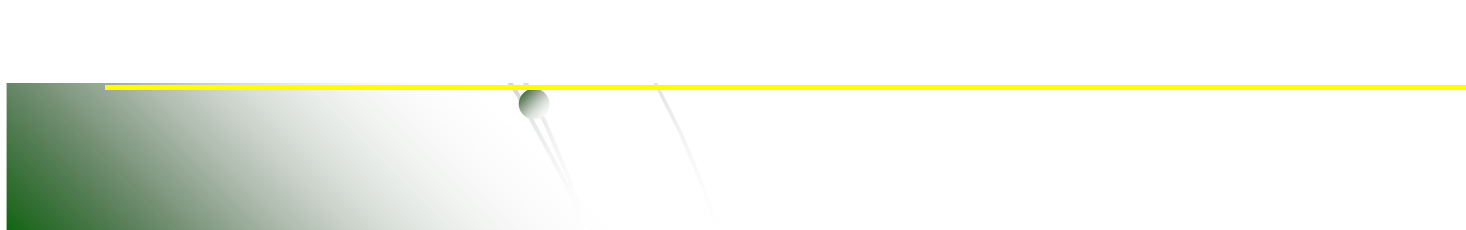




Diagrama de Massa (Brückner)

