



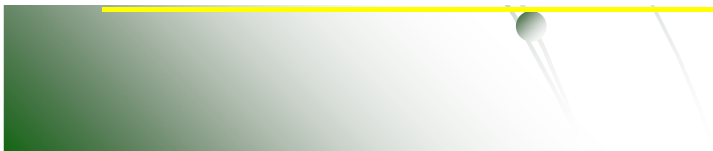
# **Energia no escoamento uniforme em canais**

**Renato de Oliveira Fernandes**

*Professor Assistente*

*Dep. de Construção Civil/URCA*

*renatodeof@gmail.com*



# Energia em canais

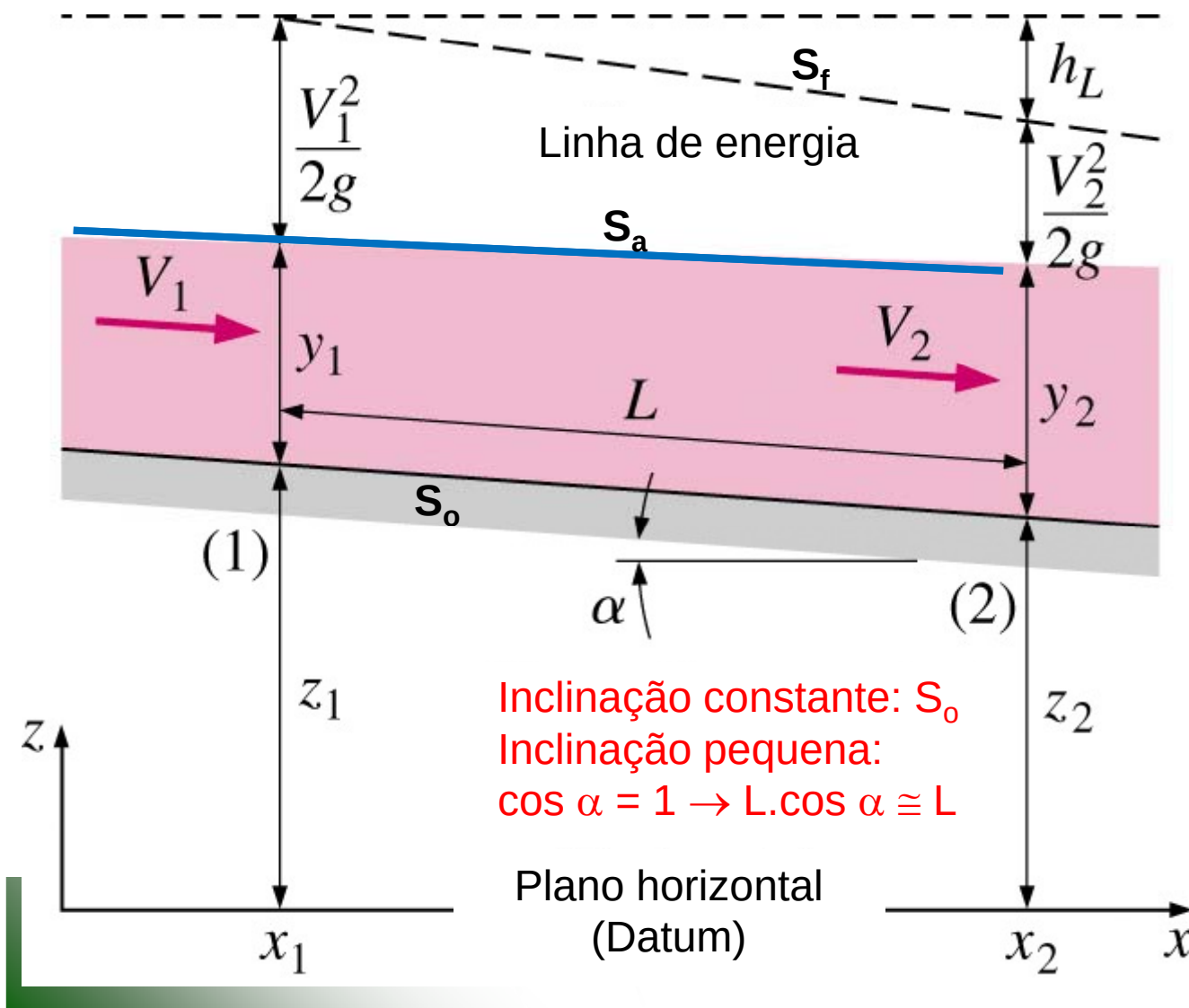
## Escoamento Uniforme:

- $y_1 = y_2 = y$
- $V_1 = V_2 = V$
- $h_L = \text{perda de carga}$

$$S_o = (z_2 - z_1) / L$$

$$S_f \cong S_a \cong S_o$$

$$h_L = S_f \cdot L$$





# Energia em canais

- Assumindo:
  - Baixa declividade ( $< 0,01$  m/m);
  - Linha piezométrica ( $p/\gamma + z$ ) coincidente com a linha d'água;
  - Distribuição de pressões e velocidades uniforme (coeficiente de Coriolis  $\sim 1$ ).

$$H = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} = z + y + \frac{V^2}{2g}$$





# Energia específica

- Tomando o fundo do canal como plano de referência ( $z=0$ ) Bakmeteff (1912) introduziu o conceito de energia específica.

$$\left. \begin{aligned} E &= y + \frac{V^2}{2g} \\ V &= \frac{Q}{A} \end{aligned} \right\} E = y + \frac{Q^2}{2gA^2}$$

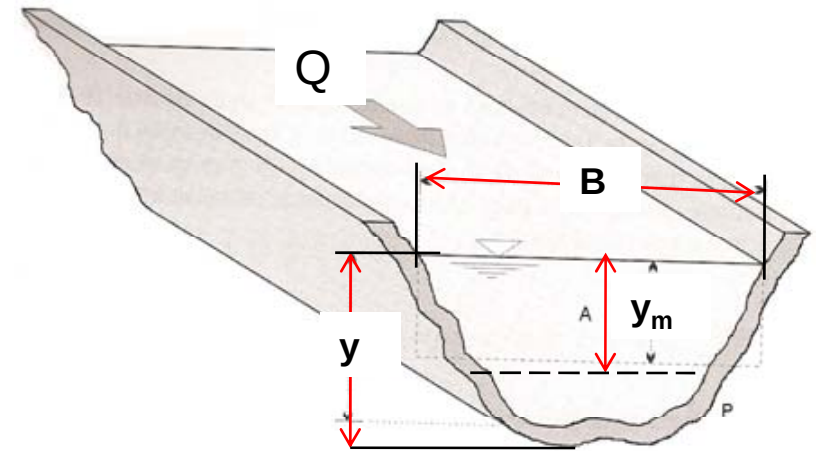
- Assim a energia específica é a soma da altura d'água com a energia cinética.



# Energia específica

- Sendo a vazão constante e a área da seção função somente da profundidade,  $A = f(y)$ , pois considera-se para o escoamento uniforme a largura constante, a energia específica dependerá apenas de  $y$ , assim:

$$E = y + \frac{Q^2}{2g[f(y)]^2}$$



$$E = y + \frac{Q^2}{2g[f(y)]^2}$$

Para a vazão (Q)  
constante

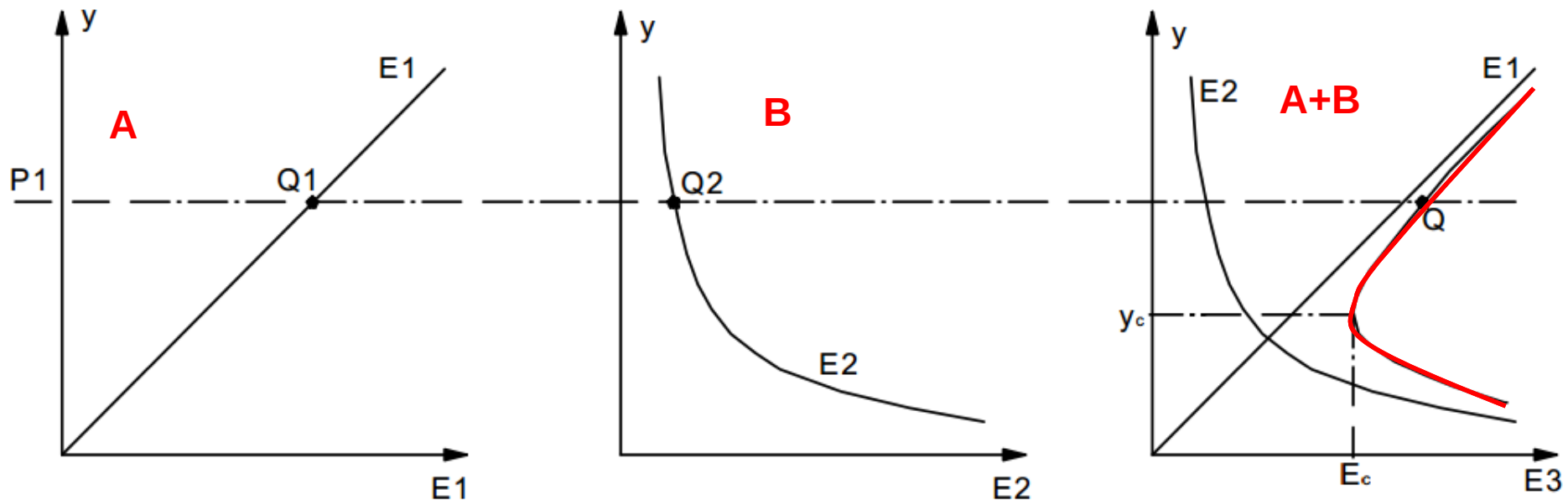


$$E = E_1 + E_2$$

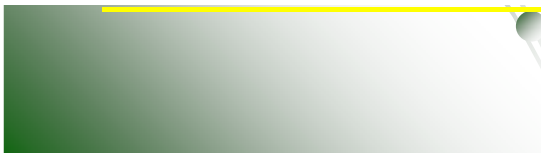
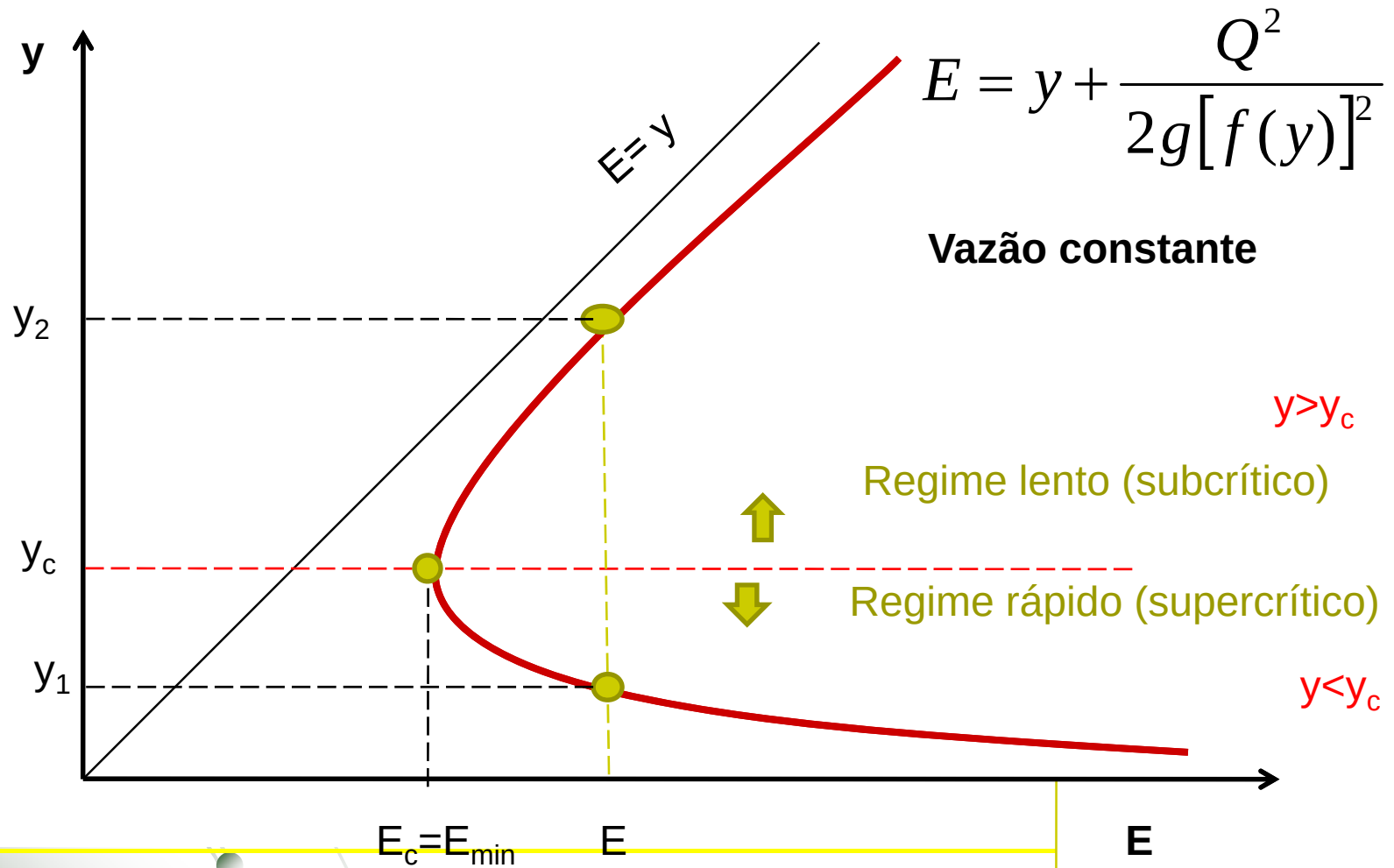
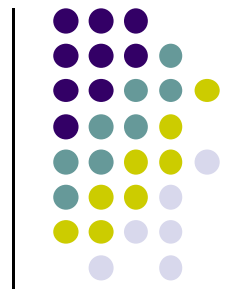
$$E_1 = y \text{ (Reta)} \quad e \quad E_2 = \frac{Q^2}{2g[f(y)]^2} \text{ (Hipérbole)}$$

Se  $y \rightarrow \infty$ ;  $E_1 \rightarrow \infty$ ;  $E_2 \rightarrow 0$  (A)

Se  $y \rightarrow 0$ ;  $E_1 \rightarrow 0$ ;  $E_2 \rightarrow \infty$  (B)



Observe que uma mesma energia específica ( $E$ ) poderá ter diferentes alturas ( $y$ ) .



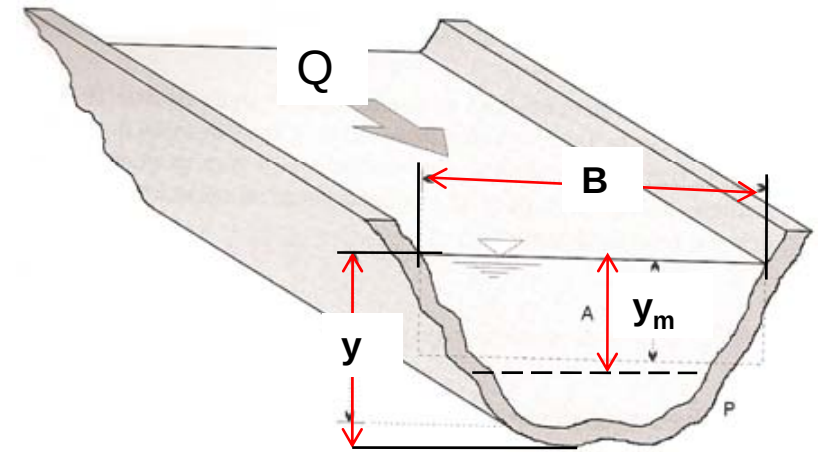
# Número de Froude

$$E = y + \frac{V^2}{2g}$$

$$E = y + \left( \frac{V^2}{g \cdot y_m} \right) \cdot \frac{y_m}{2}$$

Número de Froude (Fr)

$$\sqrt{F_r} = \sqrt{\frac{V^2}{g \cdot y_m}} \quad F_r = \frac{V}{\sqrt{g \cdot y_m}}$$



$y_m$  = profundidade média

$$y_m = \frac{A}{B}$$

$$E = y + \frac{y_m}{2} Fr^2$$

$$y > y_c$$

$Fr < 1$  – escoamento subcrítico

$$y < y_c$$

$Fr > 1$  - escoamento supercrítico

$$y = y_c$$

$Fr = 1$  – escoamento crítico





# Escoamento crítico

- No escoamento crítico a energia é mínima ( $E_c$ ) e  $F_r=1$ . Assim:

Substituindo:

$$F_r = \frac{V}{\sqrt{g \cdot y_m}} = 1$$

$$y_m = y_c$$

$$V = \sqrt{g \cdot y_c}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E = y + \frac{V^2}{2g} \\ E_c = y_c + \frac{\left(\sqrt{g \cdot y_c}\right)^2}{2 \cdot g} \\ E_c = y_c + \frac{y_c}{2} = \frac{3}{2}y_c \end{array} \right.$$



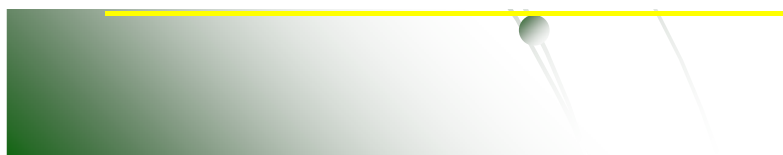
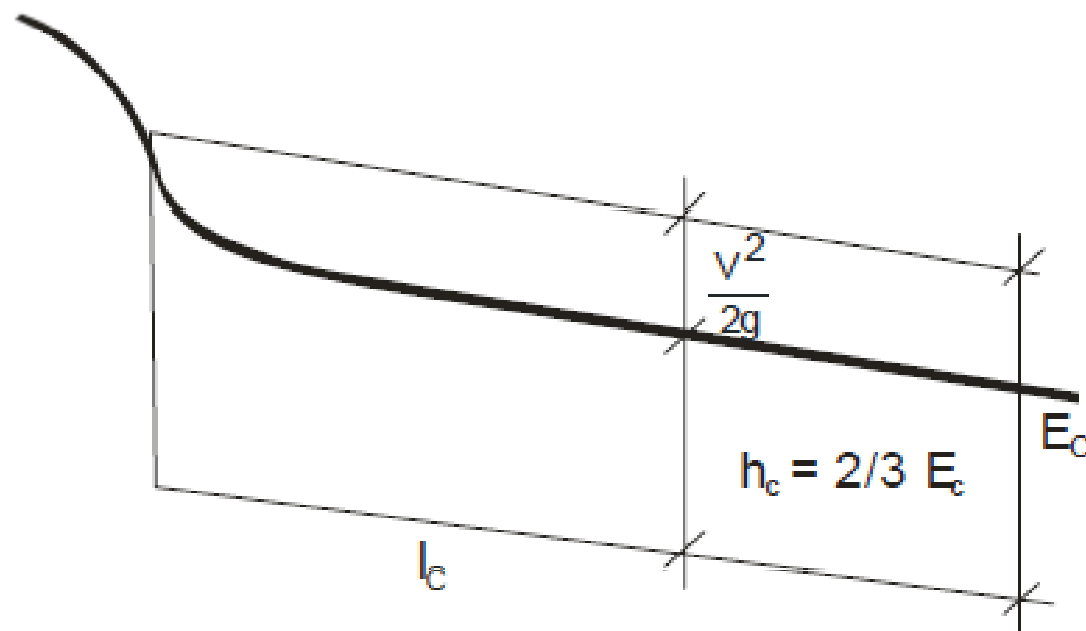


# Escoamento crítico

- Essa equação é básica para o dimensionamento de bueiros no regime crítico (DNIT, 2006):

$$E_c = \frac{3}{2} y_c$$

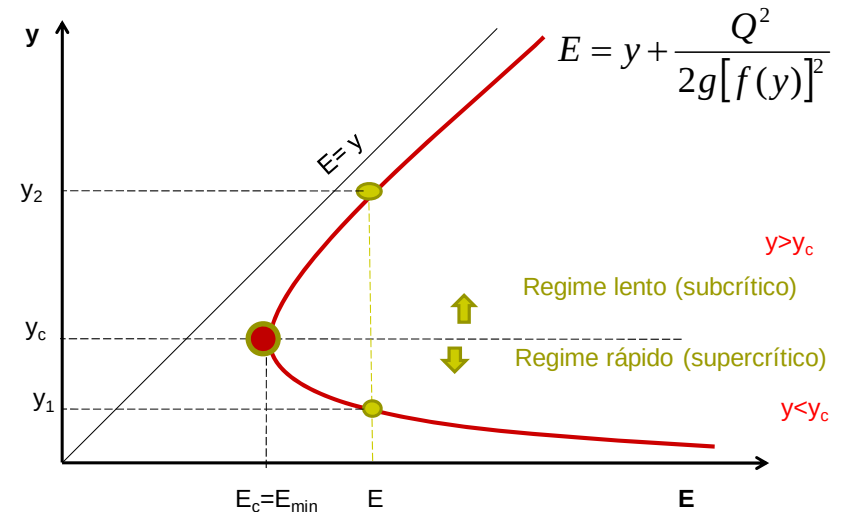
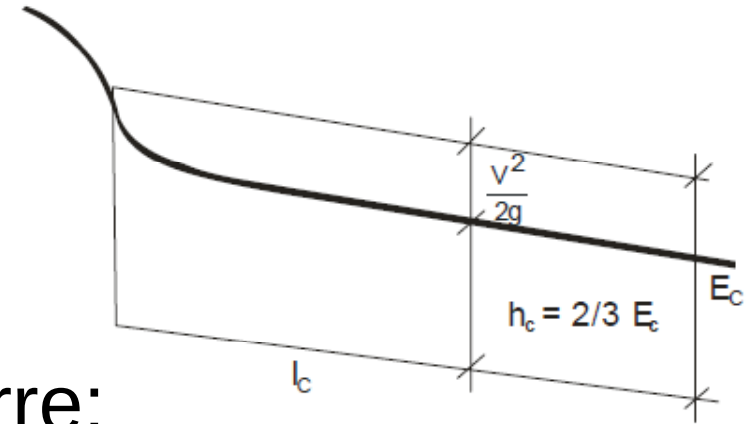
$$y_c = \frac{2}{3} E_c$$



# Escoamento crítico

- No escoamento crítico ocorre:

- A velocidade crítica ( $V_c$ );
- Área molhada crítica ( $A_c$ );
- Energia crítica ( $E_c$ );
- $Fr=1$ ;
- Vazão crítica ( $Q_c=A_c \cdot V_c$ )
- Altura crítica ( $y_c$ );
- Declividade crítica ( $I_c$ );
  - $I > I_c$  (escoamento supercrítico)
  - $I < I_c$  (escoamento subcrítico)
  - $I = I_c$  (escoamento crítico)





# Escoamento crítico

$$E = y + \frac{y_m}{2} Fr^2 = y + \frac{V^2}{2g}$$

$$\boxed{\frac{y_m}{2} Fr^2} = \boxed{\frac{V^2}{2g}}$$

Energia  
potencial

Energia  
Cinética

$$Fr = 1 \Rightarrow \frac{y_m}{2} = \frac{V^2}{2g}$$

Equilíbrio entre as forças de  
inércia e potencial

